

**“COMPUTABILITÀ”**  
**CORSO DI STUDIO IN INFORMATICA (laurea specialistica)**  
**UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA**  
**ANNO ACCADEMICO 2005/06**

I appello sessione autunnale – 11 Settembre 2006

Svolgere i seguenti esercizi, argomentando adeguatamente le risposte.

**ESERCIZIO 1**

Sia  $h : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  una funzione calcolabile totale.

Si dimostri che esiste una funzione  $f$  totale e *non* calcolabile tale che

- $f(2x) = h(x)$ , per ogni  $x \in \mathbb{N}$ ;
- $f(y) \geq y$ , per ogni  $y \in \mathbb{N}$  dispari.

**ESERCIZIO 2**

(a) Si definiscano le nozioni di *insiemi ricorsivi* e di *insiemi ricorsivamente enumerabili*.

(b) Siano  $\mathcal{R}$  ed  $\mathcal{RE}$  le famiglie di tutti gli insiemi ricorsivi e di tutti gli insiemi ricorsivamente enumerabili, rispettivamente.

Per ciascuna delle collezioni  $\mathcal{R} \setminus \mathcal{RE}$ ,  $\mathcal{RE} \setminus \mathcal{R}$ ,  $\mathcal{R} \cap \mathcal{RE}$ ,  $\mathcal{I} \setminus (\mathcal{R} \cup \mathcal{RE})$  (dove  $\mathcal{I}$  è la collezione di tutti i sottoinsiemi di  $\mathbb{N}$ ) si stabilisca se è vuota o non vuota, esibendo in quest'ultimo caso un elemento della collezione.

**ESERCIZIO 3**

Dopo aver definito le nozioni di *predicato decidibile* e di *predicato parzialmente decidibile*, si studi la decidibilità e la parziale decidibilità del predicato unario

$$P(x) =_{Def} "W_x \subseteq E_x"$$

e della sua negazione.