

“COMPUTABILITÀ”
LAUREA SPECIALISTICA IN INFORMATICA
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
ANNO ACCADEMICO 2004/05

I appello sessione invernale – 2 Febbraio 2005

I PARTE

ESERCIZIO 1

- (a) Si definisca in maniera precisa la nozione di *composizione* di funzioni.
- (b) Si enunci e si dimostri un teorema riguardante la composizione di funzioni nell’ambito della computabilità.
- (c) Si enunci in maniera precisa la nozione di *definizione per ricorsione primitiva*.
- (d) Si enunci un teorema riguardante la ricorsione primitiva nell’ambito della computabilità.
- (e) Si definisca la classe delle funzioni primitive ricorsive.
- (f) [Facoltativo] Si definisca in maniera precisa l’operatore di minimalizzazione e si enunci un teorema che lo riguarda.

ESERCIZIO 2

Si dimostri che esiste una funzione f unaria, totale e non calcolabile tale che $f(x)$ sia dispari, per ogni $x \in \mathbb{N}$.

ESERCIZIO 3

Si enunci il teorema *s-m-n* e lo si applichi per dimostrare che esiste una funzione totale calcolabile $k(x)$ tale che

$$|W_{k(x)}| = x \quad \text{e} \quad E_{k(x)} = \{x\}.$$

II PARTE

ESERCIZIO 4

- (a) Si definiscano le nozioni di *predicato decidibile* e di *predicato parzialmente decidibile*.
- (b) Trovare due predicati $P(x)$ e $Q(x)$ che non siano parzialmente decidibili e tali che il predicato “ $P(x)$ **or** $Q(x)$ ” sia decidibile. Argomentare la risposta.
- (c) Trovare due predicati $P(x)$ e $Q(x)$ che non siano parzialmente decidibili e tali che il predicato “ $P(x)$ **or** $Q(x)$ ” *non* sia parzialmente decidibile. Argomentare la risposta.

ESERCIZIO 5

Si studi la decidibilità e la parziale decidibilità del predicato unario $R_c(x) =_{Def} “|W_x| \geq c”$ e della sua negazione $\neg R_c(x)$ al variare del parametro $c \in \mathbb{N}$.