

**“ALGORITMI 2”**  
**CORSO DI LAUREA IN INFORMATICA (n.o.)**  
**UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA**  
**ANNO ACCADEMICO 2004/05**

I appello sessione anticipata - 2 Febbraio 2006

Svolgere i seguenti esercizi, argomentando adeguatamente le risposte.

## I PARTE

### ESERCIZIO 1

Sia  $S$  un sequenza finita di nodi e sia  $label : S \rightarrow \mathbb{N}$  una data funzione definita sugli elementi della sequenza  $S$ . Si descriva un algoritmo che costruisca un albero binario ordinato **pieno**  $T$  tale che:

- la sequenza delle foglie di  $T$ , lette da sinistra a destra, coincide con  $S$ ;
- il valore della funzione  $\varphi$  calcolato sulla radice di  $T$  sia **minimo**, dove:

$$\varphi(x) = \begin{cases} label(x) & \text{se } x \text{ è una foglia} \\ \varphi(\ell)^2 + \varphi(r)^2 & \text{altrimenti, con } \ell \text{ ed } r \text{ figlio sinistro e figlio destro di } x, \text{ rispettivamente.} \end{cases}$$

### ESERCIZIO 2

- Si enunci con precisione l'ipotesi di *hashing uniforme semplice*.
- Qual è il numero medio di scansioni in una ricerca *con* successo e in una ricerca *senza* successo in una tabella hash con fattore di carico  $\alpha$ , assumendo l'ipotesi di hashing uniforme?

### ESERCIZIO 3

- Si definisca in maniera precisa la struttura dati dei  $B$ -tree.
- Sia  $T_k$  un  $B$ -tree in cui ciascun nodo contiene esattamente  $k$  chiavi ( $k \geq 1$ ). Si determini per quanti e per quali valori di  $t$  (in funzione di  $k$ ) l'albero  $T_k$  possa essere considerato un  $B$ -tree di grado minimo  $t$ .
- Si generalizzi il risultato precedente al caso di un generico  $B$ -tree i cui  $\ell$  nodi (con l'esclusione della radice) contengono un numero di chiavi rispettivamente pari a  $k_1, k_2, \dots, k_\ell$ .

## II PARTE

### ESERCIZIO 4

Nel contesto della metodologia *greedy*, si enunci il problema di ottimizzazione relativo alla *selezione di attività* e se ne discuta una soluzione efficiente, valutandone la complessità computazionale e illustrandola sul seguente insieme  $S = \{a_1, \dots, a_9\}$  di attività, caratterizzate dai seguenti tempi di inizio e di fine:

$i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$s_i$	5	11	4	7	1	2	10	13	12
$f_i$	10	12	7	9	6	5	12	14	13

### ESERCIZIO 5

Sia  $G = (V, E)$  un grafo orientato con funzione peso  $w : E \rightarrow \mathbf{R}^+$  e sorgente  $s \in V$ .

- Si definisca il *grafo*  $G'_s$  *dei cammini minimi da s* in  $G$  nonché la nozione di *albero dei cammini minimi da s* in  $G$  (rispetto alla funzione peso  $w$ ).
- Si dimostri che un arco  $(u, v) \in E$  è presente in  $G'_s$  se e solo se  $\delta(s, u) + w(u, v) = \delta(s, v)$ .
- Siano  $w_1 : E \rightarrow \mathbf{R}^+$  e  $w_2 : E \rightarrow \mathbf{R}^+$  due funzioni peso su  $G$  e siano  $\delta_1$  e  $\delta_2$  le relative funzioni-distanza indotte. Si illustri un algoritmo efficiente per la costruzione di un albero dei cammini da  $s$  in  $G$  che risultino **simultaneamente** minimi rispetto a  $\delta_1$  e a  $\delta_2$ .