

Low Level Vision: Trasformata di Hough

Prof. Sebastiano Battiato

Computer Vision.

– Prof. Sebastiano Battiato



Rilevamento di linee

- Le linee sono *feature* importanti perché permettono di definire analiticamente o approssimare molte forme (in particolare di oggetti costruiti dall'uomo).
- Le linee possono essere rilevate in (almeno) due modi diversi:
 - Tramite *template matching*, utilizzando un insieme di maschere che modellino l'andamento locale di una retta
 - Tramite *trasformata di Hough*, ossia tramite un sistema di *voting* che segue una fase di edge detection

Computer Vision.

– Prof. Sebastiano Battiato



Template matching

- **IDEA:** cercare i picchi nella convoluzione tra l'immagine e un insieme di maschere che modellano la struttura locale di rette.
- Se una maschera M in un punto p ritorna una risposta superiore ad una soglia, diciamo che in quel punto passa un segmento di retta la cui orientazione e spessore è modellato da M

-1	-1	-1
2	2	2
-1	-1	-1

Esempio di maschera che definisce un segmento di retta con orientazione 0

Computer Vision.

– Prof. Sebastiano Battiato



Esempio



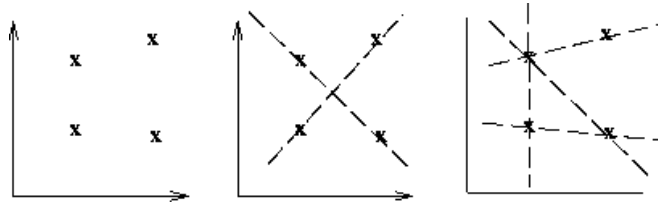
Computer Vision.

– Prof. Sebastiano Battiato



Approcci alternativi (globali)

Si considerano in questo caso relazioni globali tra punti di edge, in modo da determinare l'appartenenza dei punti stessi a linee di forma specificata, per esempio rette. In generale, dati n punti in un piano, stabilire quali di questi punti sono collineari è un problema computazionalmente oneroso.

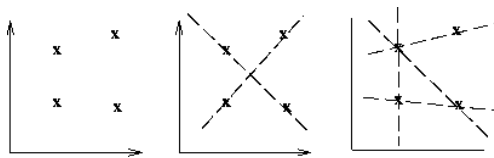


Computer Vision.

– Prof. Sebastiano Battiato



Approcci alternativi (globali)



Infatti si tratta di individuare tutte le rette determinate dai punti, presi a due a due, e quindi di trovare tutti i sotto-insiemi di punti che possono essere ritenuti prossimi a ciascuna delle linee. Poiché le linee formate da n punti sono $n(n-1)/2 \approx n^2$, si tratta di effettuare per ciascun punto altrettanti confronti di distanza, quindi complessivamente $(n)(n(n-1)/2) \approx n^3$ confronti.

Un approccio alternativo è stato proposto da Hough, dando luogo all' algoritmo noto come **trasformata di Hough**.

Computer Vision.

– Prof. Sebastiano Battiato



Trasformata di Hough (HT)

IDEA CHIAVE

Mappare un problema difficile di riconoscimento di forme nel seguente problema (più facile):

Rilevare i picchi nello spazio dei parametri della curva cercata (rette nel nostro caso)

Computer Vision.

– Prof. Sebastiano Battiato



HT per il rilevamento di rette

- Una retta

$$y=mx+n$$

è identificata dalla coppia di parametri (m,n)

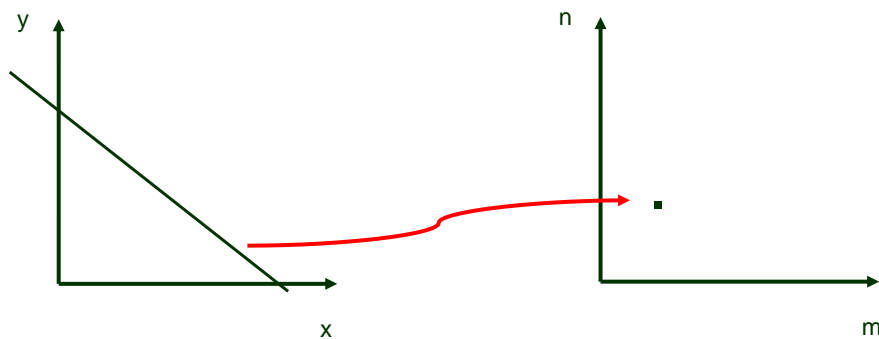
- Nel caso delle rette lo spazio dei parametri è un piano (ho 2 soli parametri: m e n).
- Nello spazio dei parametri la retta è rappresentata da un **punto**.

Computer Vision.

– Prof. Sebastiano Battiato



HT per il rilevamento di rette



Computer Vision.

– Prof. Sebastiano Battiato



HT per il rilevamento di rette

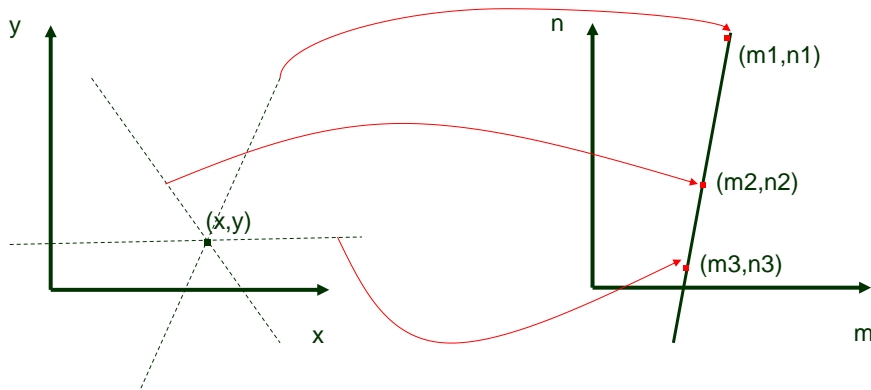
- Al contrario, un punto nello spazio di partenza (x,y) rappresenta una **linea/retta** $n=x(-m)+y$ nello spazio dei parametri.
- Ogni punto di questa linea corrisponde ad una linea nello spazio di partenza che passa per il punto (x,y) .

Computer Vision.

– Prof. Sebastiano Battiato



HT per il rilevamento di rette

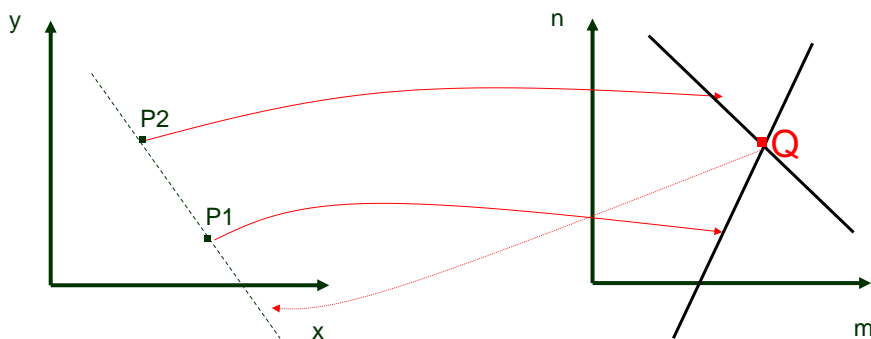


Computer Vision.

– Prof. Sebastiano Battiato



HT per il rilevamento di rette



Due punti appartenenti alla stessa retta r , corrispondono nello spazio dei parametri a due rette, la cui intersezione ci fornisce i parametri (m,n) della retta r

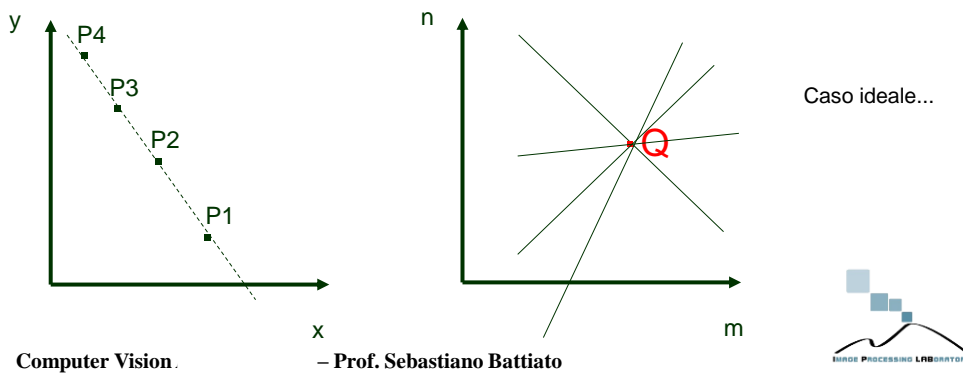
Computer Vision.

– Prof. Sebastiano Battiato



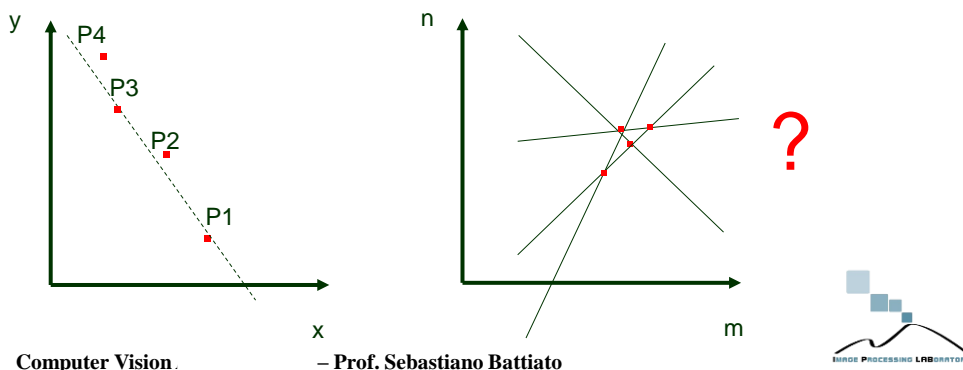
HT per il rilevamento di rette

- Quindi una retta nello spazio di partenza definita da N punti P_1, \dots, P_N viene identificata come intersezione nello spazio dei parametri di N rette, ognuna corrispondente ad un P_i



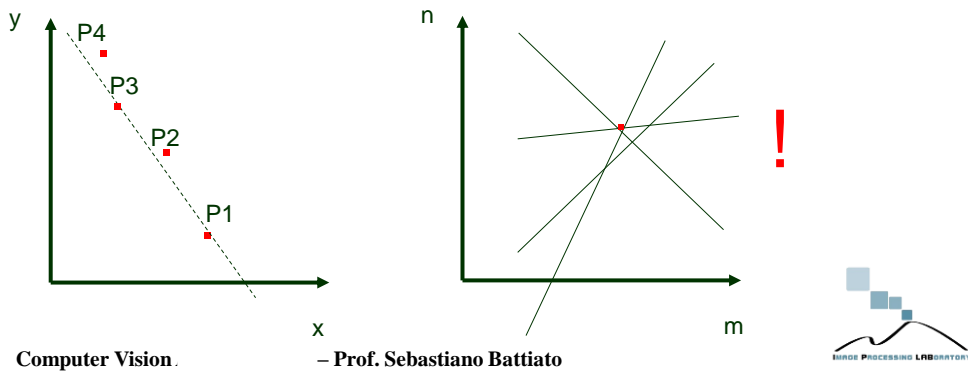
HT per il rilevamento di rette

- In presenza di rumore non è detto che i P_i siano esattamente collineari. Quindi l'intersezione può non essere unica



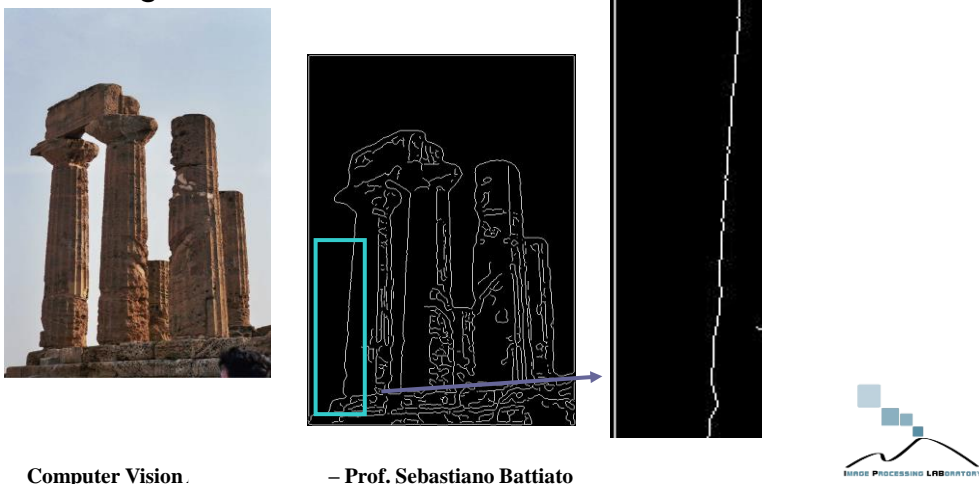
HT per il rilevamento di rette

- Se si hanno abbastanza punti nello spazio di partenza, il problema può essere tradotto in un problema di *detection* di picchi nello spazio dei parametri



Nel caso di immagini...

- I punti dello spazio di partenza possono essere punti di edge



Un algoritmo semplice

Assumiamo che un'immagine contenga solo 1 retta, di parametri (m',n') costituita dai punti di edge P_1, \dots, P_N

Dividiamo lo spazio dei parametri (m,n) in una griglia finita di celle e associamo ad ognuna di esse un contatore $C(m,n)$. Per ogni punto $P_i=(x_i,y_i)$

- calcoliamo la retta s_i nello spazio dei parametri che abbia (x_i,y_i) come coefficienti
- Incrementiamo tutti i contatori relativi alla retta s_i nello spazio dei parametri

In assenza di rumore tutte le s_i passano per la cella (m',n') quindi $C(m',n')=N$ e tutte le altre celle hanno valori più piccoli (quali?)

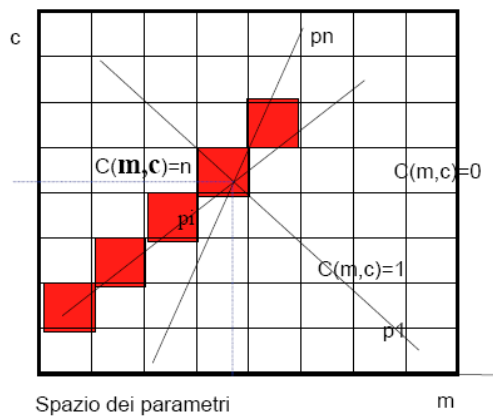
La retta viene identificata trovando questo picco (Meccanismo di Voting)

Computer Vision.

- Prof. Sebastiano Battiato



Accumulatore su griglia 2D



Computer Vision.

- Prof. Sebastiano Battiato



Considerazioni

- In caso di rumore non è detto che tutte le rette si incontrino nella stessa cella
- Che cosa succede se ci sono più rette nell'immagine?
- Spesso si individuano i massimi locali nello spazio dei parametri (fissando una soglia...)

Computer Vision.

- Prof. Sebastiano Battiato



Una piccola modifica

- Lo spazio dei parametri è infinito. Nell'implementare l'algoritmo occorre fissare un valore minimo e massimo per n ed m :

Come?

- Una semplificazione si può ottenere scegliendo una rappresentazione alternativa delle rette:

$$x \cos\theta + y \sin\theta = r$$

Computer Vision.

- Prof. Sebastiano Battiato

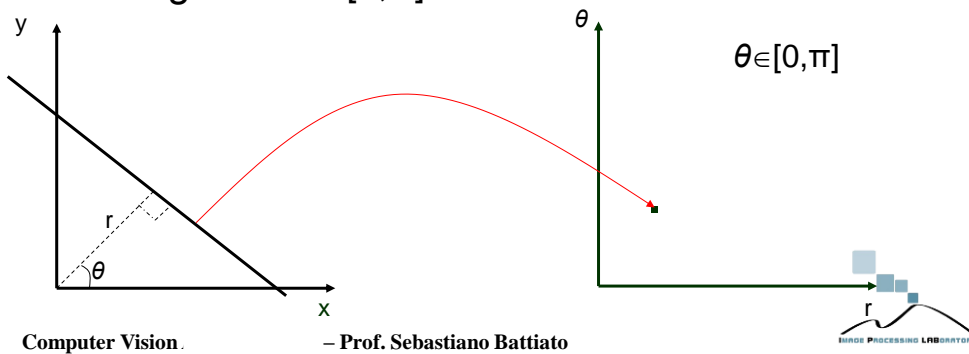


Una piccola modifica

- Una semplificazione si può ottenere scegliendo una rappresentazione alternativa delle rette:

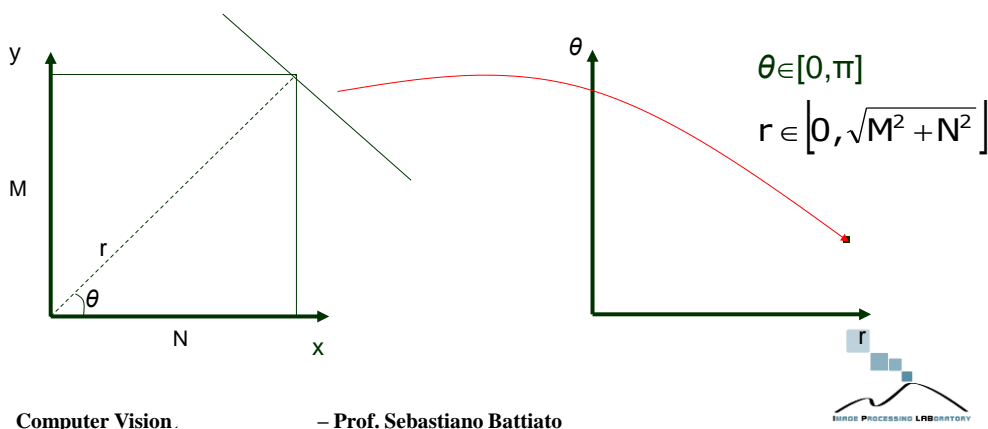
$$x \cos\theta + y \sin\theta = r$$

dove r rappresenta la distanza della retta dall'origine e $\theta \in [0, \pi]$ il suo orientamento.



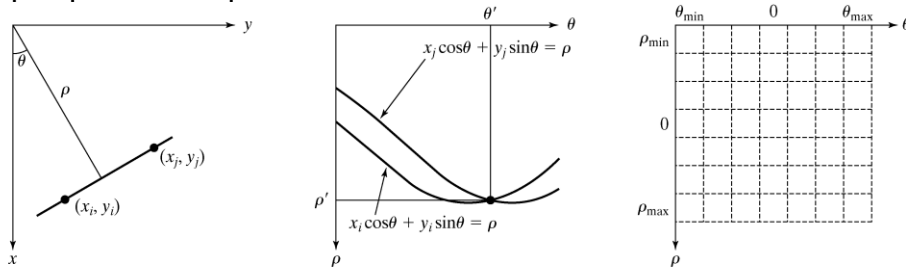
Una piccola modifica

- Considerando anche il fatto che i punti nello spazio di partenza appartengono ad un'immagine anche r appartiene ad un intervallo finito



Lo spazio dei parametri

- Ad ogni punto P_i di coordinate (x_i, y_i) corrisponde una nello spazio dei parametri alla famiglia di linee che passa attraverso quel particolare punto

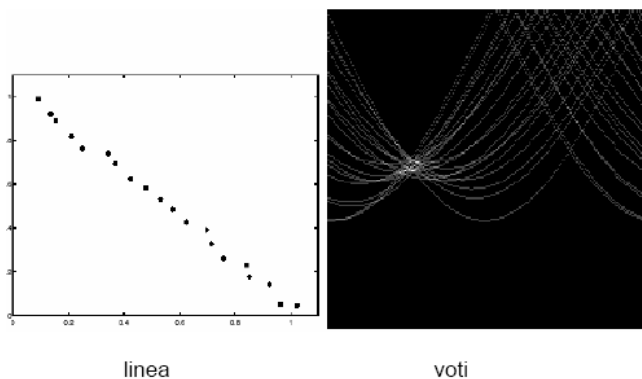


Computer Vision.

– Prof. Sebastiano Battiato



Lo spazio dei parametri



Computer Vision.

– Prof. Sebastiano Battiato



Esempio 1

Step 1 – Edge Detection



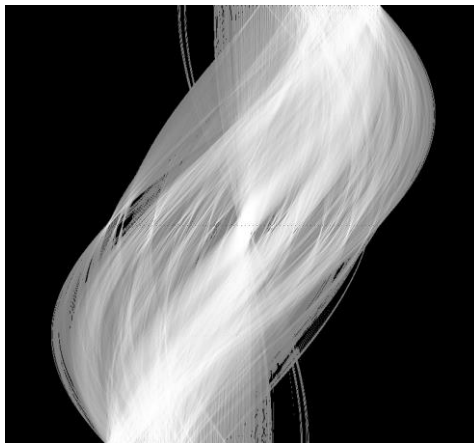
Computer Vision.

– Prof. Sebastiano Battiato



Esempio 1

Step 2. Lo spazio dei parametri



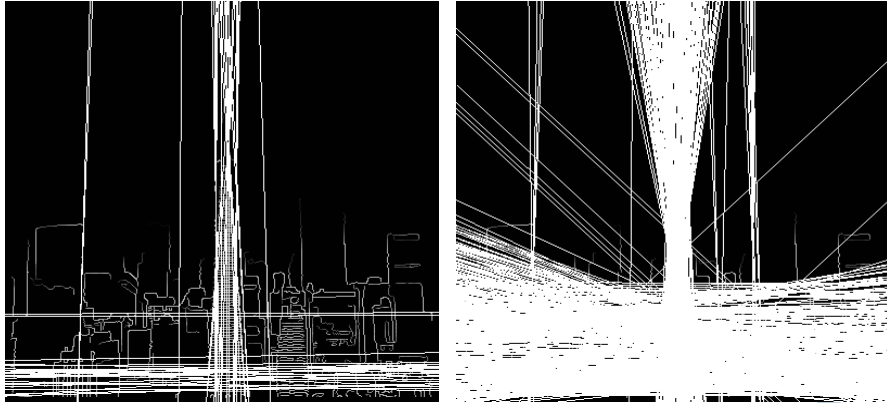
Computer Vision.

– Prof. Sebastiano Battiato



Esempio 3

Step 3. Stima dei picchi e riproiezione sullo spazio di partenza



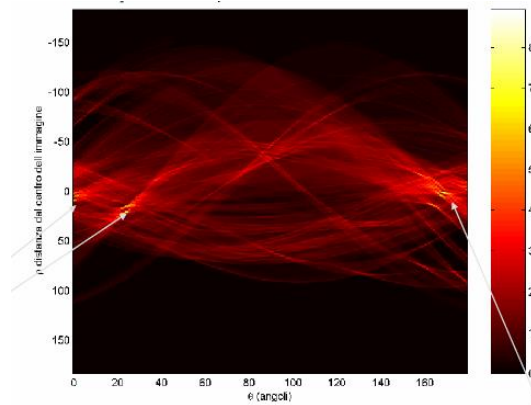
Computer Vision.

Al variare della sogliatura.....

– Prof. Sebastiano Battiato



Esempio 2



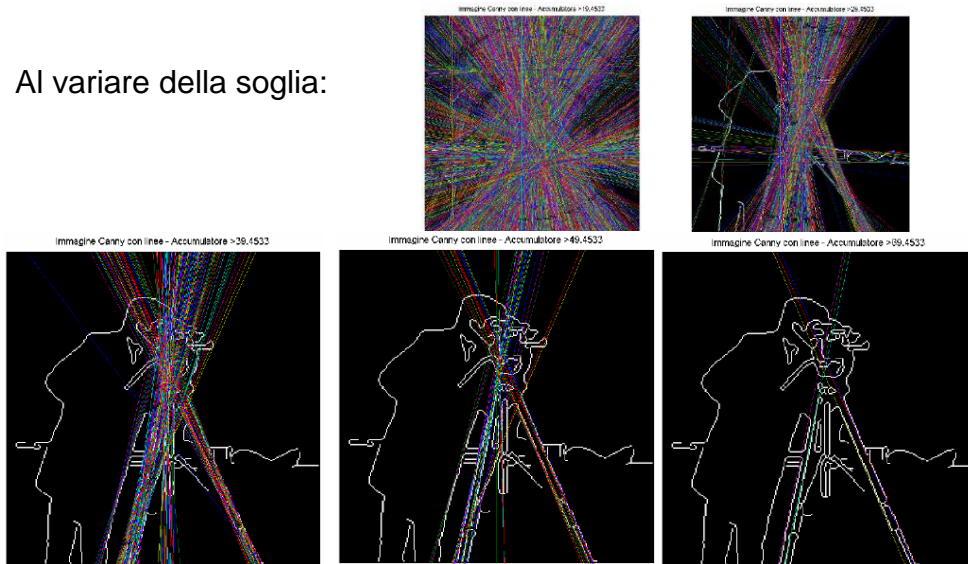
Computer Vision.

– Prof. Sebastiano Battiato



Esempio 2

Al variare della soglia:



Computer Vision.

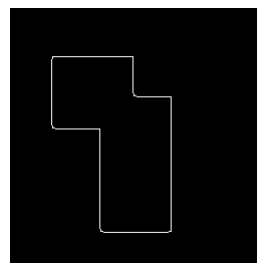
– Prof. Sebastiano Battiato

IMAGE PROCESSING LABORATORY

Esempio 3



Input



Canny Edge

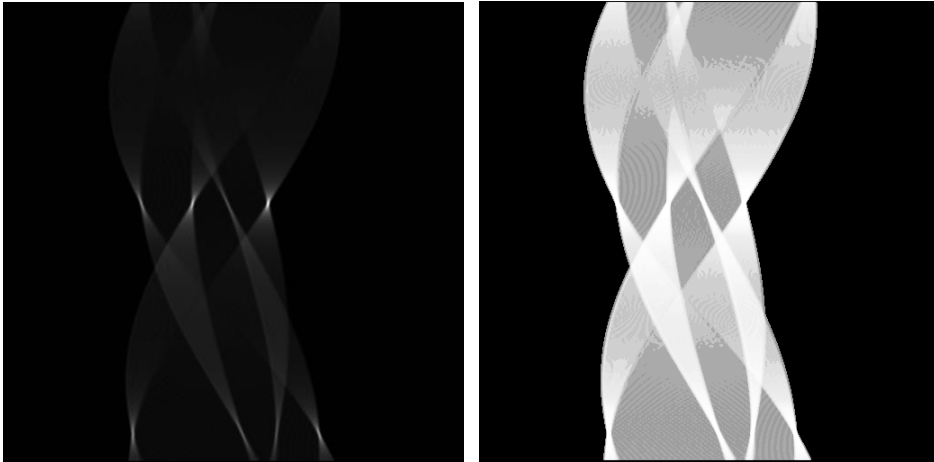
La mappa degli edge non è in grado di fornire informazioni strutturali sul tipo e sulla quantità di feature in questione (in questo caso linee). Si può usare la trasformata di Hough (linee) per individuare gli otto segmenti e quindi caratterizzare la struttura geometrica dell'immagine stessa.

Computer Vision.

– Prof. Sebastiano Battiato

IMAGE PROCESSING LABORATORY

Esempio 3



Spazio dei parametri. L'immagine di destra è ottenuta applicando una semplice equalizzazione.

Computer Vision.

– Prof. Sebastiano Battiato



Esempio 3



Perché le otto linee non sono state individuate correttamente?

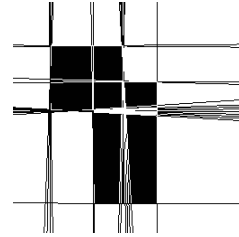
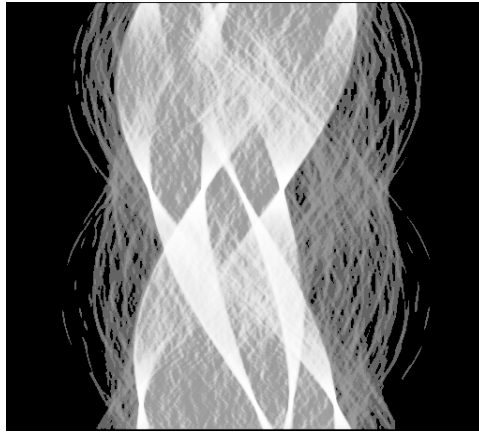
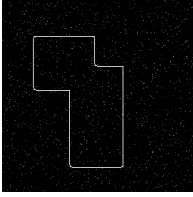
Si noti inoltre che Hough individua delle rette che come tali sono infinite in lunghezza.

Computer Vision.

– Prof. Sebastiano Battiato



Esempio 3 + noise

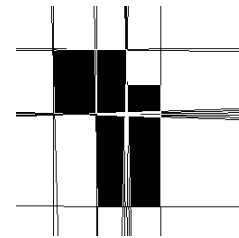
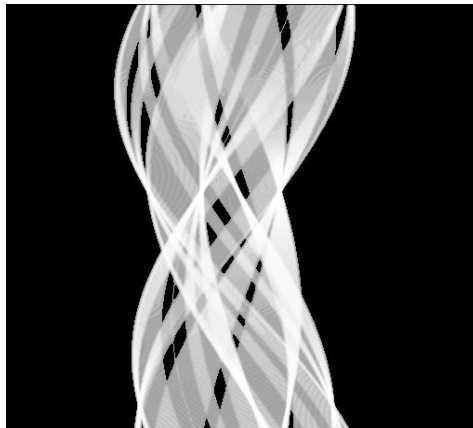
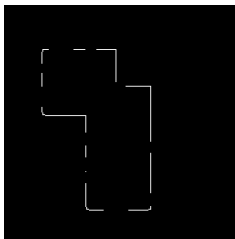


Computer Vision.

– Prof. Sebastiano Battiato



Esempio 3 + Gap



Computer Vision.

– Prof. Sebastiano Battiato



Generalizzazioni..

- Possiamo utilizzare la stessa procedura per rilevare altre forme. Ad esempio nel caso delle circonferenze

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

- In questo caso lo spazio dei parametri è 3D (a,b,r)
- Se però il raggio r è noto a priori (assunzione ragionevole) in alcuni contesti applicativi si ritorna al caso bidimensionale.

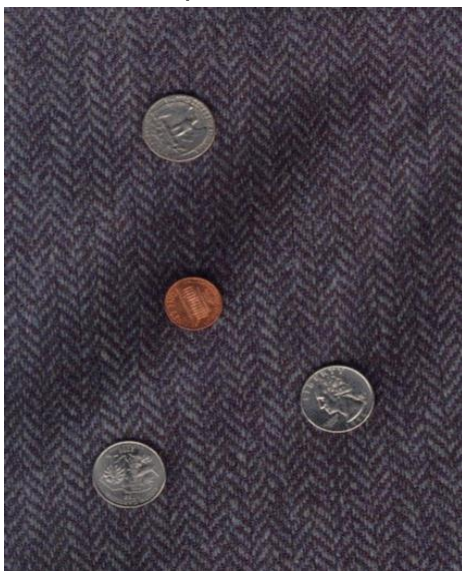
Computer Vision.

– Prof. Sebastiano Battiato

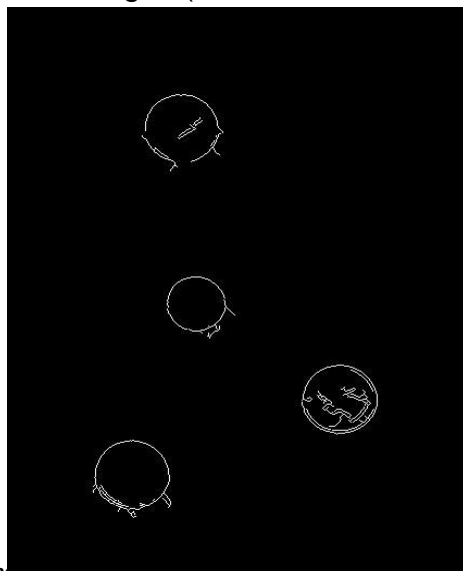


Alla ricerca del tesoro...

Input



Edges (si noti il noise)



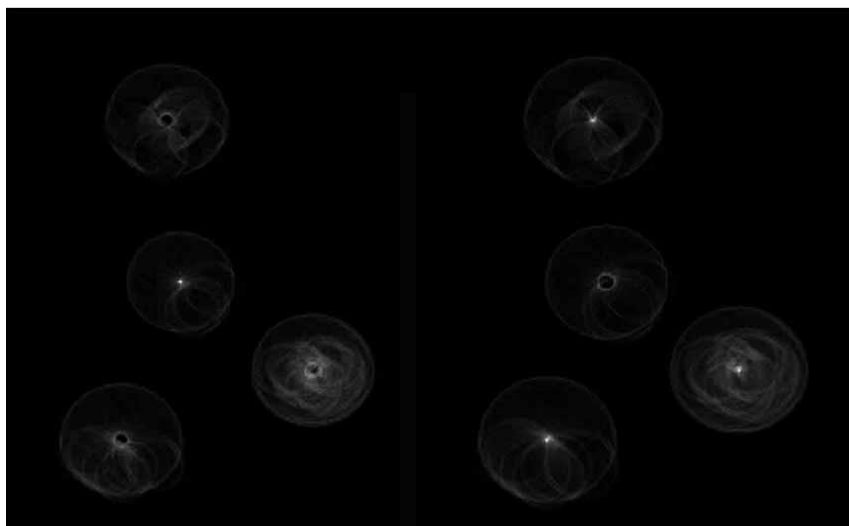
Computer Vision.

– Prof. Sebastiano Battiato

LABORATORY

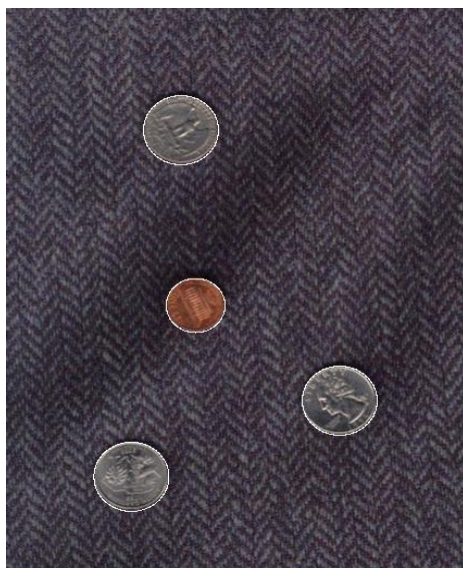
Penny

Quarters



Computer Vision.

– Prof. Sebastiano Battiato



Computer Vision.

– Prof. Sebastiano Battiato



Nel caso in questione il processo è stato applicato due volte con due differenti raggi r_1 e r_2 (con due differenti accumulatori

Uso del gradiente

- Gli operatori differenziali (Sobel per esempio, ma sarebbe più corretto l'utilizzo di un operatore realmente isotropico) producono anche informazioni sulla direzione del gradiente
- Questo ulteriore dato permette di ridurre di uno i gradi di libertà nel corrispondente spazio dei parametri (cioè il numero di parametri indipendenti)
- Esempi:

retta: $\rho = x \cos(\theta) + y \sin(\theta)$

si vota solo il punto (ρ, θ)

cerchio: $x_c = x - \rho \cos(\theta); y_c = y - \rho \sin(\theta)$

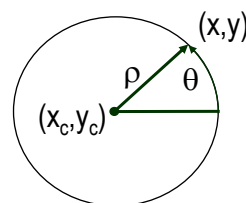
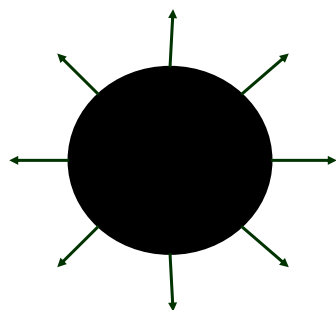
si vota solo il punto (x_c, y_c)

Computer Vision.

– Prof. Sebastiano Battiato



Esempio cerchio



$$x_c = x - \rho \cos(\theta)$$
$$y_c = y - \rho \sin(\theta)$$

Computer Vision.

– Prof. Sebastiano Battiato



Uso del gradiente

- Nel caso in cui la curva sia descritta da due soli parametri ad ogni punto dello spazio immagine corrisponde un solo punto nello spazio dei parametri
- In questo caso si sono perciò ridotti di molto il numero dei voti dispersi
- Sono perciò presenti solo i punti che corrispondono effettivamente a curve nell'immagine e pochi altri di rumore

Computer Vision.

– Prof. Sebastiano Battiato



GHT

Il problema principale è legato al fatto che al crescere della complessità della curva si ha una ovvia crescita nel numero dei parametri.

La soluzione al problema consiste in una generalizzazione del modello che descrive la forma, con l'obiettivo di superare i limiti di una descrizione puramente analitica, per la quale si ha una crescita di SP all'aumentare della complessità della forma.

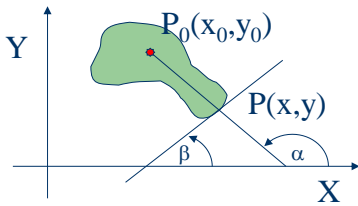
E' stata allora introdotta la cosiddetta trasformata di Hough generalizzata (GHT), basata proprio sulla definizione di un modello generalizzabile a forme arbitrarie lasciando comunque limitato il numero di parametri necessari

Computer Vision.

– Prof. Sebastiano Battiato



Trasformata di Hough generalizzata



- La HT è generalizzabile sotto l'ipotesi di corpo rigido, a oggetti di forma arbitraria (per ora consideriamo fissi scala e rotazione)
- Occorre scegliere un punto di riferimento $P_0(x_0, y_0)$ (non necessariamente il baricentro)
- Il generico punto di contorno $P(x, y)$ può essere riferito a P_0 :

$$X_0 = x + R \cos(\alpha)$$

$$Y_0 = y + R \sin(\alpha)$$