Corso di Laurea in Informatica

Prova di **Algebra lineare e Geometria** – Appello del 30 gennaio 2023

Durata della prova: 90 minuti.
È vietato uscire dall'aula prima di aver consegnato definitivamente il compito.

I

1) Sia $\varphi\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ l'endomorfismo definito da:

$$\varphi\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (3-h)\,x - 3\,y + z - t \\ 2\,y \\ -7\,y - z + 13\,t \\ (2-h)\,t \end{pmatrix},$$

al variare di $h \in \mathbb{R}$. Studiare φ, al variare di $h \in \mathbb{R}$, determinando in ciascun caso $\operatorname{Im}\varphi$, $\operatorname{Ker}\varphi$ e le loro equazioni cartesiane.

2) Nel caso $h = 0$ diagonalizzare la matrice $M(\varphi)$ associata a φ rispetto alla base canonica di $\mathbb{R}^4$.

II

1) È assegnato nello spazio un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$. Siano dati i tre piani:

$$\Pi_1 : 2x + 2y + 3z = -1, \qquad \Pi_2 : x + 3y + 2z = -2, \qquad \pi : x + y - z = 1.$$

Determinare l'equazione del piano α passante per il punto $(0, 0, 1)$, ortogonale al piano π, e parallelo alla retta $r : \Pi_1 \cap \Pi_2$.

2) È assegnato nel piano un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $O, \vec{x}, \vec{y},$. Riconoscere la conica di equazione:

$$C_k : k\,x^2 + 4xy - k\,y^2 - 2x + (2-2k)y - 1 = 0,$$

al variare del parametro k, specificando in particolare i valori del parametro per i quali si ottengono coniche riducibili o irriducibili, reali o immaginarie.

Corso di Laurea in Informatica

Prova scritta di **Algebra lineare e Geometria** del 20 febbraio 2023

Durata della prova: 90 minuti.
È vietato uscire dall'aula prima di aver consegnato definitivamente il compito.

I

1) Siano $v_1 = (h+1, -1, 1, -1)$, $v_2 = (1, h-1, 1, -1)$, $v_3 = (1, -1, h+1, -1)$, con $h \in \mathbb{R}$. Sia $V = \mathscr{L}(v_1, v_2, v_3) \subset \mathbb{R}^4$. Calcolare un sistema di equazioni minimale di V.

2) Sia $\mathbb{R}^3 \xrightarrow{f} \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare definita dalle relazioni

$$\begin{aligned} f(1,0,0) &= v_1 \\ f(0,1,0) &= v_2 \\ f(0,0,1) &= v_1 - v_2 \end{aligned}$$

Studiare f al variare di h.

II

1) Nello spazio, si consideri la retta r di equazioni

$$r: \begin{cases} x - y - z + 2 = 0 \\ 2x + 4y + z - 11 = 0 \end{cases}$$

Determinare i punti di r che distano $\sqrt{6}$ dall'origine del sistema di riferimento.

2) Sul piano, classificare la conica γ di equazione

$$\gamma: \; 14x^2 - 8xy + 14y^2 - 8x - 8y - 4 = 0.$$

Determinare gli assi di simmetria, una forma canonica e l'eccentricità di γ.

Corso di Laurea in Informatica

Prova scritta di **Algebra lineare e Geometria** del 26 giugno 2023

Durata della prova: 90 minuti.
È vietato uscire dall'aula prima di aver consegnato definitivamente il compito.

I

Sia $M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 3 & h \\ -2 & -3 & 0 & 2h-3 \end{pmatrix}$, $h \in \mathbb{R}$.

1. Studiare l'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4$
$$f(x,y,z) = \begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix} M$$
2. Sia $p : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$, $p(x,y,z,t) = (x,y,z)$. Dire se $p \circ f$ è un endomorfismo diagonalizzabile e determinare gli autospazi.

II

1. Scrivere un sistema di equazioni della retta complanare all'asse $\vec{z}$, passante per $P(1,-1,1)$ ed ortogonale alla retta $\begin{cases} x-2=0 \\ 2y-z+1=0 \end{cases}$.
2. Determinare i valori di h e k affinché la conica di equazione
$$x^2 + 3xy + 2y^2 + 2hx + 2ky + 1 = 0$$
abbia centro in $C(2,2)$. Disegnare tale conica.