Compito del 3/7/1995

1. Utilizzando il primo teorema di Gershgorin, localizzare nel piano complesso gli autovalori della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2i & 2 \\ 3 & 1+i \end{pmatrix},$$

dove $i = \sqrt{-1}$ è l'unità immaginaria. Dalla localizzazione ottenere una stima del raggio spettrale della matrice.

[8 punti]

2. Utilizzando le proprietà dei polinomi di Cebicev, fornire una stima di

$$E_7(f) \equiv \min_{p \in \Pi_7} \|f - p\|_\infty$$

con $f(x) = \cosh(x)$.

[Suggerimento: $E_7(f) \leq \|f - L_7(f)\|_\infty$, dove $L_7(f)$ è il polinomio di interpolazione sugli zeri del polinomio di Cebicev T_8]

[8 punti]

3. Ricordando che le equazioni parametriche di una ellisse di semiassi a e b sono

$$x = a\cos(\theta), \quad y = b\sin(\theta)$$

e che la lunghezza di un arco di curva per valori di θ compresi fra θ_1 e θ_2 è dato da

$$L = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sqrt{(x'(\theta))^2 + (y'(\theta))^2}\, d\theta$$

calcolare mediante la formula di Simpson la lunghezza di un quarto di ellisse di semiassi $a = 2$ e $b = 1$.

[6 punti]

4. Determinare con un errore minore di 10^{-3} il punto di intersezione tra le curve $y = x$ e $y = \tan x$, $x \in [3.6, 4.6]$, dopo aver rappresentato graficamente l'intersezione fra le curve.

[Suggerimento: ricondurre il problema alla determinazione di uno zero di funzione ed applicare uno dei metodi noti]

[8 punti]