Scritto di Calcolo Numerico del 3/2/1997

1. Data la matrice A ed il vettore x_0:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad x_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Calcolare, col metodo delle potenze e delle potenze inverse, una stima dei due autovalori della matrice A dopo tre iterazioni, e confrontare il risultato ottenuto con il risultato esatto. [8 punti]

2. Il periodo delle grandi oscillazioni di un pendolo di lunghezza l è dato da:

$$T = \sqrt{\frac{2l}{g}} F\alpha$$

dove l è la lunghezza del pendolo, g l'accelerazione di gravità, e

$$F(\alpha) = \int_{-1}^{1} \frac{\alpha}{\sqrt{\cos(\alpha\xi) - \cos(\alpha)}} \, d\xi$$

Utilizzando la formula di quadratura di Chebichev con 6 nodi, calcolare una approssimazione di $F(\pi/3)$.

[Suggerimento: si osservi che la funzione $f(x) = \sqrt{(1-x^2)}/\sqrt{\cos(\alpha\xi) - \cos(\alpha)}$ e' regolare in [-1,1]. Si scriva dunque l'integrale come $\int x(x) f(x)\, dx$]

[6 punti]

3. Il tasso di emissione di un campione di nuclide radiattivo è dato da

$$R(t) = A \exp(-\lambda t)$$

Dati i valori di $R(t)$ tabulati

t	R
0	3.1138
1	0.9401
2	0.3004
3	0.0920

Determinare, col metodo dei minimi quadrati, una approssimazione di A e λ. [Suggerimento: applicare il metodo dei minimi quadrati a $\log R$]

[8 punti]