

## PROGRAMMA DEL CORSO

### **METODI MATEMATICI E STATISTICI PER LE APPLICAZIONI**

s.s.d. Mat/07

#### **Corso di Laurea Magistrale in Matematica**

*Prof. VITTORIO ROMANO*

***Finalità:** il corso si prefigge di fornire i principali strumenti di calcolo di tipo statistico e stocastico per le applicazioni nei settori delle scienze applicate. Particolare attenzione viene dedicata alle applicazioni a problemi di interesse fisico-matematico ed economico.*

#### **Programma**

**Statistica descrittiva:** Rappresentazione di dati e distribuzioni di frequenze. Quantili, moda, mediana, coefficiente di asimmetria e kurtosi. Spazi campionari. Distribuzione delle medie campionarie. Campionamenti con e senza ripetizione.

**Stimatori.** Stimatori non distorti per media, varianza e proporzione. Intervalli di confidenza per la media, sia nel caso in cui la varianza è nota che nel caso in cui la varianza è incognita, per la varianza e per le proporzioni. Distribuzioni t di Student e chi-quadro. Stima della differenza tra le medie di due popolazioni nel caso in cui sono note le varianze e nel caso di varianze incognite. Stimatori dei momenti e di massima verosimiglianza.

**Teoria delle decisioni statistiche:** livello di significatività, errori di I e II tipo, potenza di un test. Inferenza sulla media, nota la varianza. Inferenza sulla media quando la varianza non è nota. Inferenza sulla varianza. Inferenza sulla proporzione. Inferenza statistica sulla differenza delle medie di due popolazioni, note le varianze. Inferenza statistica sulla differenza delle medie di due popolazioni con le varianze incognite. Inferenza statistica sulla varianze di due popolazioni normali e distribuzione F di Fisher. Inferenza statistica sulle proporzioni in coppie di popolazioni.

**Test del chi-quadro:** teorema di Pearson, bontà dell'adattamento ad una curva teorica di probabilità, test sulla indipendenza stocastica di due variabili aleatorie, relazione con il test sulla proporzione, modifica nel caso di stima di parametri.

**Regressione lineare:** metodo dei minimi quadrati, retta di regressione, proprietà degli stimatori del coefficiente angolare e dell'ordinata all'origine, test sulla indipendenza del correttore dal predittore, analisi dei residui e coefficiente di determinazione, coefficiente di correlazione lineare.

**Complementi di calcolo delle probabilità:** matrice di covarianza, funzioni caratteristiche e loro proprietà, funzioni caratteristiche delle principali distribuzioni di probabilità, criterio di indipendenza basato sulle funzioni caratteristiche, leggi normali multivariate e loro densità, operatori di proiezione ortogonale e loro caratterizzazione geometrica, teorema di Cochran.

**Regressione lineare multipla:** stimatori dei coefficienti e loro proprietà, test sulla indipendenza parziale e globale dai predittori, predizione tramite la regressione lineare (valori attesi ed intervalli di confidenza), analisi del modello, caso di errore con varianza non costante, esempi di trasformazione di modelli non lineari in modelli lineari.

**Analisi della varianza:** test sulla media per  $n$  campioni, formula di Huygens per la somma delle variazioni, tabella ANOVA per esperimenti ad un fattore, analisi della varianza per esperimenti a due fattori con e senza repliche e relative tabelle ANOVA, cenni sul caso generale.

**Test non parametrici:** criterio del segno, trasformazione ai ranghi, criterio di Mann-Whitney, criterio di Kruskal-Wallis, cograduazione di Spearman, criterio dei cicli nella causalità.

**Correlazione normale:** stimatore di massima verosimiglianza per il coefficiente di correlazione e trasformata di Fisher.

**Inferenza statistica Bayesiana:** legge *a priori* e *a posteriori*, stimatore di Bayes, stimatore di massima verosimiglianza *a posteriori*.

**Processi stocastici:** funzioni di transizione, principali processi stocastici continui e discreti, processo dei tempi di attesa.

**Catene di Markov:** definizione, classificazione degli stati di una C.M., problemi di assorbimento, catene di nascita e morte, problema della rovina del giocatore, probabilità invarianti, teorema di Markov, criterio di regolarità, l'algoritmo di Metropolis, simulated annealing e ottimizzazione stocastica.

**Equazioni differenziali stocastiche:** definizione, proprietà, formula di Ito.

**Metodi Monte Carlo:** legge dei grandi numeri e teorema del limite centrale, velocità di convergenza, generazione di numeri casuali, moto browniano, limite diffusivo della passeggiata aleatoria, simulazioni MC nel trasporto di particelle e in problemi finanziari.

**Metodo della massima entropia:** teoria dell'informazione di Shannon, applicazione del metodo della massima entropia a equazioni integrali e applicazioni a modelli di interesse fisico-matematico e finanziario.

## **Uso del toolbox di statistica del MATLAB.**

### **Procedura di esame**

Stesura di un elaborato di corso finalizzato alla risoluzione di un problema inerente il programma, eventualmente con la scrittura di un codice in ambiente MATLAB, e prova orale.

### **Testi consigliati**

P. Baldi *Calcolo delle probabilità e statistica*, McGraw-Hill

R. Scozzafava *Incertezza e probabilità*, Zanichelli

A. Rotondi, P. Pedroni, A. Pievatolo *Probabilità Statistica e Simulazione*, Springer

P. Baldi, *Equazioni differenziali stocastiche e applicazioni*, Quaderno UMI n. 28, Pitagora Editrice

S. Salsa, *Equazioni a derivate parziali: metodi modelli e applicazioni*, Springer

S. R. S. Varadhan, *Stochastic processes*, AMS

D. C. Montgomery, G. C. Runger *Applied statistics and probability for engineers*, J. Wiley