

Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Gestionale, a.a. 2001/2002
Prova scritta di Metodi Matematici e Statistici del 25 giugno 2002
Prof. V. Romano

Quesito 1a

Si effettuano n prove ciascuna delle quali consiste nello scegliere una moneta tra due, lanciandola poi in aria. Una moneta è equilibrata, mentre l'altra è stata costruita in modo che la probabilità che esca testa sia $2/3$.

Se X è la variabile aleatoria che rappresenta il numero di teste in n lanci, qual è la legge di X ? Qual è la probabilità che esca testa almeno due volte e non più di quattro in 10 lanci?

Quesito 2a

Le variabili aleatorie X, Y hanno densità congiunta

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{ce^{-y}}{1+x^2} & (x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}^+ \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

X e Y sono indipendenti? Determinare il valore di c e le densità marginali $f_X(x)$ e $f_Y(y)$. Queste ultime hanno speranza matematica finita?

Quesito 1b

Determinare lo stimatore di massima verosimiglianza di λ e θ per la distribuzione esponenziale traslata

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda(x-\theta^2)} & x \geq \theta^2 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

essendo λ e θ parametri reali con $\lambda > 0$.

Quesito 2b

Sono state effettuate le seguenti misure, in Volt, relative alla differenza di potenziale critica, V_C , a cui un dispositivo a semiconduttore cessa di funzionare

0.8 0.9 0.95 1.0 1.18 1.20 1.22 1.30 1.35

Si può asserire ad un livello di significatività $\alpha=0.05$ che $V_C > 1.0$ Volt o che $V_C > 0.95$ Volt?

Fornire un intervallo di confidenza di livello α per V_C .

Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Gestionale, a.a. 2001/2002
Prova scritta di Metodi Matematici e Statistici del 2 luglio 2002

Prof. V. Romano

Quesito 1a

Si lanciano tre dadi non truccati. Qual è la probabilità che esca due volte sei? Qual è la probabilità che esca sei almeno due volte? Qual è la probabilità che esca sei al più una sola volta?

Quesito 2a

Le variabili aleatorie X, Y hanno densità congiunta

$$f(x, y) = \begin{cases} c(x+y)e^{-(x+y)} & (x, y) \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+ \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

Determinare il valore di c e le densità marginali $f_X(x)$ e $f_Y(y)$. X e Y sono indipendenti? Calcolare $E[X]$ e $E[Y]$ e scrivere l'espressione della densità condizionale

$$f_{X|Y}(x, y).$$

Quesito 1b

Una indagine statistica, su di un campione di 100 studenti, rivela che 24 di essi hanno abbandonato gli studi. Si può sostenere ad un livello di significatività $\alpha = 0.05$, che la percentuale di studenti che interrompe gli studi è inferiore al 30 % ?

Supponiamo che valore vero sia il 28 %. Qual è la potenza del test? Quale dovrebbe essere una opportuna ampiezza campionaria per avere una potenza del 95 %?

Quesito 2b

La seguente tabella raccoglie i dati relativi alle temperature medie invernali, espresse in gradi Celsius, registrate negli ultimi 5 anni in una regione italiana

anno	1997	1998	1998	1998	1999	2000	2001	2001
temperatura	10	11	9	14	16	13	11	15

Scrivere l'equazione della retta di regressione.

L'analisi di regressione lineare conduce ad asserire che vi è la tendenza della temperatura a crescere negli anni? Fornire, ad un livello di significatività $\alpha=0.05$, un intervallo di confidenza per ciascuno dei parametri che figurano nell'equazione della retta di regressione e per il valore della temperatura previsto per l'anno 2002.

Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Gestionale, a.a. 2001/2002
Prova scritta di Metodi Matematici e Statistici del 16 luglio 2002

Prof. V. Romano

Quesito 1a

In un gioco a premi 3 palline vengono estratte da un'urna che ne contiene 12, numerate da 1 a 12. Si vince se i numeri estratti hanno 2 come massimo comune divisore. Qual è la probabilità di vincere in una singola estrazione? Qual è la probabilità di vincere per la prima volta alla terza estrazione? Qual è la probabilità di vincere alla 103-esima estrazione, sapendo che le precedenti 100 estrazioni sono state perdenti?

Quesito 2a

La durata di un componente elettronico segue una legge esponenziale di parametro $\lambda > 0$ che non è noto ma che si può considerare come una variabile aleatoria di densità

$$g(\lambda) = \begin{cases} 2\lambda & 0 < \lambda \leq 1 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

Qual è la legge della durata del componente? Ammette speranza matematica finita? Ammette varianza finita?

Quesito 1b

Determinare, se esiste, lo stimatore di massima verosimiglianza del parametro reale positivo α per la distribuzione

$$f(x) = \begin{cases} (\alpha + 1)x^\alpha & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

Quesito 2b

Sono stati messi a punto due sistemi di raffreddamento per un motore. Vengono, in seguito a misure, rilevate le seguenti temperature massime, espresse in gradi centigradi,

sistema 1	105	107	107	104	109	111	108	110
sistema 2	106	104	107	105	104	107	105	106

Considerando note le deviazioni standard, pari per entrambi i gruppi di misurazioni a $\sqrt{2}$ gradi, si può asserire, ad un livello di significatività $\alpha=0.05$, che il sistema 2 fornisce una migliore prestazione?

Si dia un intervallo di confidenza per la differenza dei valori medi per le temperature massime raggiunte con i due sistemi. Si indichi, se la vera differenza fosse $\Delta = 1$ grado, una opportuna dimensione campionaria in modo che il test abbia una potenza del 95%.

Università degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Gestionale, a.a. 2001/2002

Prova scritta di Metodi Matematici e Statistici del 7 settembre 2002

Prof. V. Romano

Quesito 1a

In un gioco a premi 3 palline vengono estratte da un'urna che ne contiene 18, numerate da 1 a 18. Si vince se i numeri estratti hanno 3 come massimo comune divisore. Qual è la probabilità di vincere in una singola estrazione? Qual è la probabilità di vincere per la prima volta alla terza estrazione? Qual è la probabilità di vincere alla 103-esima estrazione, sapendo che le precedenti 100 estrazioni sono state perdenti?

Quesito 2a

La durata di un componente elettronico segue una legge esponenziale di parametro $\lambda > 0$ che non è noto ma che si può considerare come una variabile aleatoria di densità

$$g(\lambda) = \begin{cases} c\lambda & 0 < \lambda \leq 2 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

Determinare il valore di c . Qual è la legge della durata del componente? Ammette speranza matematica finita? Ammette varianza finita?

Quesito 1b

Siano X_1 e X_2 due variabili aleatorie indipendenti, entrambe di legge esponenziale di parametro $\lambda > 0$. Si provi tramite un calcolo diretto che

$$G = \frac{X_1 + X_2}{2}$$

è uno stimatore non distorto della media.

G^2 è uno stimatore non distorto del quadrato della media? In caso negativo fornirne uno sulla base del risultato ottenuto.

Quesito 2b

In seguito al monitoraggio effettuato da una stazione di rilevamento, sono state riscontrate le seguenti quantità di sostanze tossiche nell'aria, espresse in mg/dm^3

4 4.5 6 5 5.5 4.2 4.6 5.2 5.4 3.5

Dati raccolti precedentemente indicavano una presenza media di inquinanti di $4.5 \text{ mg}/\text{dm}^3$. Si può asserire, ad un livello di significatività $\alpha = 0.05$, che il tasso di inquinamento è cresciuto? Assumendo valida l'approssimazione normale, quale sarebbe la potenza del test se il valore medio vero di sostanze tossiche fosse di $4.65 \text{ mg}/\text{dm}^3$?

Si decide di analizzare i dati ipotizzando un valore medio $\mu_0 = 4.5 \text{ mg}/\text{dm}^3$ e fissando come zona di rigetto $\bar{X} - \mu_0 > 0.2$, essendo \bar{X} la media campionaria. Qual è in questo caso la significatività del test, assumendo come varianza quella campionaria ottenuta dai dati precedenti?

Università degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Gestionale, a.a. 2001/2002

Prova scritta di Metodi Matematici e Statistici del 20 settembre 2002

Prof. V. Romano

Quesito 1a

Il numero di macchine, che transitano nell'unità di tempo per tre caselli autostradali, viene modellizzato tramite tre variabili aleatorie indipendenti X_1, X_2, X_3 aventi legge di Poisson di parametri $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 > 0$.

Qual è la probabilità che nel primo casello transitino, nell'unità di tempo, al più tre macchine? Qual è la probabilità che complessivamente nei tre caselli transitino al più tre automobili? Sapendo che nell'unità di tempo nei tre caselli hanno transitato quattro macchine, qual è la probabilità che nel primo casello ne siano passate 2?

Quesito 2a

Sia $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$ una successione di variabili aleatorie con X_n avente distribuzione uniforme su $[-\frac{1}{n}, \frac{1}{n}]$.

Scrivere l'espressione della distribuzione di X_n , determinarne la funzione di ripartizione e dire se la successione assegnata converge in legge, calcolando la funzione di ripartizione del limite.

Quesito 1b

Data la distribuzione

$$f(x) = \begin{cases} c \sin x \cos^\alpha x & 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

trovare il valore di c e determinare, poi, lo stimatore di massima verosimiglianza per il parametro α .

Quesito 2b

Una fabbrica produttrice di pile elettriche decide di effettuare un controllo sulla produzione. Analizzando un campione di 100 pile, si constata che 4 di esse hanno una durata inferiore a quella richiesta. Si può asserire, ad un livello di significatività $\alpha = 0.05$, che la percentuale di pezzi difettosi non superi il 7.5 %? Supponendo che la percentuale vera di pezzi difettosi sia del 7 %, qual è la potenza del test? Supponendo che la ditta accetti di commettere un errore $\beta = 0.1$ e che la percentuale di pezzi difettosi sia del 7 %, quale ampiezza deve avere il campione?

Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Gestionale a. a. 2002/2003
Prova in itinere di Metodi Matematici e Statistici 8 giugno 2003

Traccia A

Prof. V. Romano

Quesito 1

L'esame di ammissione ad un corso di specializzazione prevede 10 domande con indicate tre risposte di cui una sola esatta. Per essere ammessi occorre fornire almeno il 70% di risposte esatte.

Rispondendo a caso, qual è la probabilità di superare il test? Quale sarebbe stata tale probabilità se le domande fossero state 100?

Dall'analisi delle prove negli anni precedenti, emerge che ogni candidato ha una probabilità pari a 0.25 di superare il test. Su 1000 studenti qual è la probabilità che il 50 % di candidati venga ammesso?

Quesito 2

Una azienda produce componenti elettronici, utilizzando due catene di produzione. Il numero di pezzi difettosi appartenenti alla linea A segue una legge di Poisson di parametro $\lambda=1$ mentre il numero di pezzi difettosi appartenenti alla linea B segue una legge di Poisson di parametro $\mu=3$.

Qual è la probabilità che vi siano al più due pezzi difettosi. Qual è la probabilità che vi sia un numero di pezzi difettosi maggiore di 3? Qual è la probabilità che dalla linea A vengano prodotti 3 pezzi difettosi, sapendo che totalmente vi sono 5 pezzi difettosi?

Quesito 3

Da una pompa per irrigazione viene spruzzata dell'acqua nel terreno circostante con direzione ed intensità aleatorie secondo la distribuzione

$$f(x, y) = \begin{cases} c e^{-(x^2+y^2)} & \text{se } x^2 + y^2 \geq 1 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

con c una costante reale, prendendo il metro come unità di lunghezza e l'origine coincidente con il punto in cui si trova la pompa.

Dopo aver determinato il valore di c , si calcoli la probabilità che una persona posta tra 2 metri e 3 metri di distanza venga bagnata. Sapendo che il getto d'acqua ha superato i 2 metri, si ricalcoli la precedente probabilità.

Università degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Gestionale, a.a. 2002/2003

Prova scritta di Metodi Matematici e Statistici del 1 luglio 2003 - Traccia A

Prof. V. Romano

Quesito 1a

Una compagnia di assicurazione stipula un contratto che prevede una polizza annua di 300 euro per i conducenti di automobili e una polizza annua di 500 euro per i motociclisti. In caso di incidente è previsto un risarcimento di 10000 euro. Dai dati statistici è noto che il numero di incidenti degli automobilisti segue una legge di Poisson di parametro $\lambda = 4$, mentre quello dei motociclisti segue una legge di Poisson di parametro $\lambda = 8$. Qual è la probabilità che la compagnia debba risarcire annualmente più di tre assicurati? Qual è la probabilità che la compagnia debba risarcire al più tre automobilisti, sapendo che vi sono stati in un anno dieci incidenti? Se la compagnia ha 200 assicurati automobilisti e 200 assicurati motociclisti, qual è il rendimento medio annuo atteso per l'agenzia assicurativa?

Quesito 2a

Supponendo che i voti, espressi in trentesimi, riportati da 200 studenti nell'esame di Calcolo delle Probabilità seguano una legge normale di media 22 e deviazione standard 2, si determini il numero di studenti promossi e il numero di studenti che hanno riportato un voto tra 27 e 30. Qual è stato il voto più alto tra i primi 50 peggiori esami?

Quesito 3a

Un dispositivo satellitare è in grado di rilevare un segnale in dipendenza dalle coordinate del punto ove si trova la sorgente secondo la legge

$$f(x, y) = \begin{cases} c e^{-(x^2+y^2)} & \text{se } x, y \geq 0 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

avendo scelto un sistema di riferimento con l'origine coincidente con il punto ove si trova il rilevatore e come unità di misura il km. Si determini il valore di c , la probabilità che si rilevi un segnale emesso da una sorgente posta tra 3 e 4 km di distanza dal rilevatore. Si calcoli, poi, il valore medio della distribuzione $f(x, y)$.

Quesito 1b

Dall'analisi dei risultati ottenuti da un campione di 100 candidati, emerge che il 61% ha superato l'esame di ammissione ad un corso di specializzazione. Ad un livello di significatività $\alpha = 0.05$, si può asserire che la percentuale di candidati ammessi è inferiore al 65%? Quale sarebbe la potenza del test se il valore vero fosse 62%, 63% o 64%? Supponendo che il valore vero sia 62%, quale dovrebbe essere la dimensione campionaria per garantire una potenza del test del 90%?

Quesito 2b

Sono state messe a punto due tecniche di raffreddamento per microprocessori. Le misure delle temperature massime, espresse in gradi Celsius, ottenute in una serie di controlli sono riportate nella seguente tabella

Supponendo che le due serie di misure seguano due leggi normali, aventi la stessa deviazione standard $\sigma_1 = \sigma_2 = 2$ °C, si può concludere, ad un livello di significatività $\alpha = 0.05$, che la tecnica 1 è migliore di quella 2? Se la vera differenza fosse di 5 °C, quale sarebbe la potenza del test?

tecnica 1	87	88	85	82	88	84
tecnica 2	88	85	90	84	91	87

Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Gestionale, a.a. 2002/2003
Prova scritta di Metodi Matematici e Statistici del 14 luglio 2003
Prof. V. Romano

Quesito 1a

Un rilevatore riceve segnali da due emettitori A e B. Statisticamente è noto che due segnali su tre provengono da A. Ogni segnale è costituito da 4 bit. La probabilità che un bit proveniente da A sia distorto è pari a 0.1. La probabilità che un bit proveniente da B sia distorto è pari a 0.15. Qual è la probabilità di ricevere un segnale distorto? Se è noto che un segnale è distorto, qual è la probabilità che provenga da A? È più probabile ricevere segnali distorti da A o da B?

Quesito 2a

Un componente elettronico è costituito da due elementi A e B collegati in parallelo. La durata di A segue una legge uniforme su $[0, 1]$, quella di B una legge esponenziale di parametro $\lambda = 1$. Si determini la legge della durata del componente e il valore atteso della durata.

Quesito 3a

L'effetto di una vernice ha una durata di legge

$$f(t) = \begin{cases} \frac{ct}{(1+t^2)^2} & \text{se } t > 0 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

in opportune unità di misura.

Dopo aver determinato il valore di c , si calcoli la durata media dell'effetto e la probabilità che esso duri tra 1 e 2.

Quesito 1b

Si decide di controllare se un dado è truccato, osservando il numero di volte che esce il 6. Se su 90 lanci 6 esce 25 volte, si può asserire ad un livello di significatività $\alpha = 0.05$, tramite un test bilatero, che il dado è truccato? Se la vera probabilità che esca 6 fosse pari a $1/3$, quale sarebbe la potenza del test? Si indichi, per tale valore vero, un opportuna dimensione campionaria in modo da assicurare al test una potenza del 95 %.

Quesito 2b

Una fornitura è costituita da 500 pacchi di chiodi, aventi peso medio 2 kg e scarto quadratico medio di 0.1 kg. Determinare la probabilità che un campione casuale di 100 pacchi abbia un peso totale compreso tra 195 e 205 kg. Analizzando 100 campioni da 100 pacchi, in quanti di essi ci si deve aspettare che il peso medio dei pacchi sia compreso tra 1.8 kg e 2.2 kg e in quanti che sia inferiore a 1.8 kg?

Università degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Gestionale, a.a. 2001/2002

Prova scritta di Metodi Matematici e Statistici del 5 settembre 2003

Prof. V. Romano

Quesito 1a

Un componente elettronico ha una durata espressa dalla variabile aleatoria T , la cui densità, prendendo come unità di misura un giorno, è data da

$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{se } t < 0 \\ ct & \text{se } t \in [0, 1] \\ ce^{-(t-1)} & \text{se } t > 1 \end{cases}$$

Dopo aver determinato il valore di c , si calcoli la probabilità che un componente abbia una durata di almeno T_C pari a due giorni. Qual è la probabilità che in una fornitura di 10 componenti, tre abbiano una durata maggiore di T_C ? Qual è la probabilità che in una fornitura di 100 unità, almeno il 75% abbia una durata maggiore di T_C ?

Quesito 2a

Un componente elettronico è costituito da due elementi A e B collegati in serie. La durata di A segue una legge uniforme su $[0, 1]$, quella di B una legge esponenziale di parametro $\lambda = 1$. Si determini la legge della durata del componente e il valore atteso della durata.

Quesito 1b

Nella tabella seguente sono stati raccolti i dati relativi al numero annuo di incidenti sull'esame di un campione di automobilisti

incidenti	0	1	2	3	4	5
automobilisti	90	65	30	10	2	1

Si determini la media e si valutino gli indici di asimmetria e curtosi. Si adatti, poi, ai dati una opportuna distribuzione teorica e, sulla base di quest'ultima, si calcoli la probabilità che in un anno avvengano più di tre incidenti.

Quesito 2b

Nella tabella seguente sono riportati i valori dei chilometri per litro riscontrati in 6 prove con due tipi di motore

motore A	19	20	18	17	16	18
motore B	20	18	21	22	19	21

Si verifichi preliminarmente che ad un livello di significatività $\alpha = 0.05$ non è possibile respingere l'ipotesi che le varianze dei consumi dei due motori siano uguali. Successivamente si dica se è possibile asserire, allo stesso livello di significatività, che il motore A ha una peggiore prestazione di quello B, sotto l'ipotesi che le varianze dei consumi siano uguali. Si fornisca, infine, un intervallo di confidenza di tipo bilatero di livello $1 - \alpha$ per la differenza dei consumi.

Università degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Gestionale, a.a. 2001/2002

Prova scritta di Metodi Matematici e Statistici del 20 settembre 2003

Prof. V. Romano

Quesito 1a

Facendo tre copie di un file, si sono verificati 10 errori di trascrizione, distribuiti in maniera random. Qual è la probabilità che una copia contenga un solo errore? Qual è la probabilità che una copia contenga tra 3 e 5 errori?

Se il numero di errori fosse stato pari a 100, qual è la probabilità che in una copia vi siano al più 20 errori?

Quesito 2a

Si provi che l'indice di asimmetria β_1 per una distribuzione di Poisson di parametro $\lambda > 0$ è dato da $\beta_1 = \frac{1}{\lambda}$.

Quesito 1b

Una fornitura di 200 bottiglie di vino ha il contenuto distribuito secondo una legge normale di media 1 litro e deviazione standard di 0.2 litri.

Considerando 40 campioni di 40 bottiglie, in quanti di essi ci si deve aspettare un contenuto medio per bottiglia che differisce al più da 1 litro di 0.1 litri? In quanti il contenuto medio supera 1.1 litri?

Qual è la probabilità che il contenuto totale medio di un campione sia inferiore a 33 litri?

Quesito 2b

Si stabilisce di considerare una moneta non truccata se lanciandola 100 volte si verifica uno stesso risultato, diciamo testa, tra 35 e 65 volte.

Si determini il livello di significatività α del test.

Se il vero valore della probabilità p che esca testa fosse di 0.7, quale sarebbe la potenza del test?

Si fornisca un intervallo di confidenza di livello $1 - \alpha$ per p , prendendo come dato campionario per la proporzione 0.5.

Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Gestionale, a.a. 2001/2002
Prova scritta di Metodi Matematici e Statistici del 22 dicembre 2003

Prof. V. Romano

Quesito 1a

In un gioco si vince se lanciando 4 monete esce testa almeno 2 volte. In 5 giocate qual è la probabilità di vincere almeno 3 volte? Qual è la probabilità di vincere per la prima volta alla terza giocata?

In 100 giocate qual è la probabilità di vincere almeno 25 volte?

Quesito 2a

Un componente elettronico è costituito da due elementi A e B collegati in parallelo. La durata di A segue una legge uniforme su $[0, 1]$, quella di B una legge uniforme su $[0, 2]$, in opportune unità di tempo.

Si determini la legge della durata del componente e il valore atteso della durata. Qual è la probabilità che il componente duri più di 1?

Quesito 1b

Una ditta produce liquido refrigerante per auto in confezioni il cui contenuto segue una legge normale di media 2.4 litri e deviazione standard 0.4 litri.

Si prendono in esame 100 campioni di 20 confezioni. In quanti di essi ci si deve aspettare una quantità di liquido inferiore a 2.2 litri? In quanti una quantità superiore a 2.6 litri?

Qual è la quantità media di liquido presente nel campione avente maggior prodotto tra i primi 25 meno pieni?

Quesito 2b

Una azienda smista la propria merce tramite due linee di vendita. I profitti bimestrali dell'ultimo anno, espressi in centinaia di migliaia di euro, sono riportati in tabella

linea A	5	7	4	6.5	8	7.5
linea B	7	4	5	4.5	5.5	6

Assumendo che le varianze teoriche dei dati siano uguali, ad un livello di significatività $\alpha = 0.05$ è possibile asserire che la linea A è stata più redditizia di quella B? Si fornisca un intervallo di confidenza di tipo bilatero di livello $1 - \alpha$ per la differenza dei profitti bimestrali.

Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Gestionale, a.a. 2003/2004
Prova scritta di Metodi Matematici e Statistici del 16 aprile 2004
Prof. V. Romano

Quesito 1a

Un'urna contiene 10 palline rosse e 20 palline bianche. Un gioco consiste nell'estrarre consecutivamente senza rimpiazzo tre palline. Si vince se si estraggono due palline bianche e una rossa.

Qual è la probabilità di vincere in una singola giocata? Qual è la probabilità di vincere almeno due volte in 10 giocate? Qual è la probabilità di vincere per la prima volta al terzo tentativo?

Quesito 2a

Una stazione radar è in grado di rilevare la presenza di un oggetto volante secondo la seguente densità di probabilità

$$f(r) = \begin{cases} ce^{-r} & 0 \leq r \leq 10 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

essendo r la distanza tra l'oggetto e il radar in opportune unità di misura.

Dopo aver determinato la costante c , si calcoli la probabilità di rilevare un aereo a distanza compresa tra 3 e 4. Qual è la distanza media a cui viene rilevato un oggetto?

Quesito 1b

Una ditta fornisce taniche di olio combustibile in confezioni da 10 e 20 litri. Una fornitura di 10000 pezzi prevede $1/3$ di taniche da 10 litri. L'acquirente decide di verificare ciò esaminando un campione di 50 unità. Egli assume di ritenere corretta la fornitura se nel campione esaminato vi è un numero di confezioni da 10 litri compreso tra 15 e 18.

Qual è il livello di significatività del test? Supponendo che il numero di taniche da 10 litri presenti nel campione sia pari a 20, si fornisca un intervallo di confidenza di livello $1 - \alpha$ con $\alpha = 0.05$ per la percentuale di pezzi più piccoli. Si valuti poi, allo stesso livello di significatività, la potenza del test nel caso in cui vi siano effettivamente presenti nell'intera fornitura 3600 taniche da 10 litri.

Quesito 2b

Per monitorare l'esposizione a campi elettromagnetici all'interno di un ente pubblico, sono state effettuate delle misure i cui valori sono riassunti nella tabella sotto

campo (V/m)	5	7	6.5	4	5.5
-------------	---	---	-----	---	-----

Si valutino gli indici di asimmetria e curtosi e si approssimino i dati con una distribuzione teorica di probabilità. Sulla base di quest'ultima si calcoli la probabilità che venga rispettata la normativa la quale prevede che il campo non debba superare la soglia di 6 V/m.

Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Gestionale, a.a. 2003/2004
Prova scritta di Metodi Matematici e Statistici del 20 luglio 2004

Prof. V. Romano

Quesito 1a

Nella preparazione di 10 confezioni di smart cards, ne vengono erroneamente omesse 30. Qual è la probabilità che in una singola confezione manchino più di due smart cards? Qual è la probabilità che in una singola confezione non ne manchi alcuna? Noto che l'errore è stato compiuto solo in due confezioni, qual è la probabilità che ne manchino 28 in una di queste due?

Quesito 2a

La durata di un componente segue una legge la cui densità, in opportune unità di misura, è data da

$$f(t) = \begin{cases} c \frac{1-e^t}{1-e} & \text{se } t \in [0, 1] \\ c & \text{se } t \in]1, 2] \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Dopo aver determinato il valore di c , si scriva la funzione di ripartizione e si trovi la durata media del componente. Qual è la probabilità che il componente abbia una durata maggiore di 0.5?

Quesito 1b

Analizzando 50 campioni di 20 batterie da un lotto di 10000 batterie aventi un voltaggio dichiarato di 12 V con uno scarto quadratico medio dichiarato di 0.5 V, in quanti di essi ci si deve aspettare una tensione media inferiore a 10 V? In quanti una tensione media superiore a 12,5 V?

Quesito 2b

Nella tabella seguente sono stati raccolti dei dati relativi al numero di impiegati assenti giornalmente in un ente con un elevato numero di dipendenti

assenti	0	1	2	3	4	5	6
frequenza	13	27	27	18	9	3	1

Si determini la media e si valutino gli indici di asimmetria e curtosi. Si adatti, poi, ai dati una opportuna distribuzione teorica e, sulla base di quest'ultima, si calcoli la probabilità che in un giorno siano assenti 10 dipendenti.

Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Gestionale, a.a. 2010/2011
Prova scritta di Metodi Matematici e Statistici 1 del 15/12/2010

Traccia A

Prof. V. Romano

Quesito 1

Un dispositivo è costituito da quattro elementi, ciascuno dei quali ha probabilità $1/3$ nell'arco di un anno di guastarsi, indipendentemente l'uno dall'altro. Due elementi sono collegati in serie e questi due sono collegati a loro volta in parallelo con gli altri due. Qual è la probabilità che il dispositivo si guasti?

Quesito 2

In un lotto di 10 pezzi, 3 sono difettosi. Qual è la probabilità che scegliendo 3 pezzi due di essi siano difettosi? Qual è la probabilità di prendere un pezzo difettoso alla seconda scelta? In 5 estrazioni qual è il valore atteso e la varianza di pezzi difettosi?

Quesito 3

Un impianto ha una durata di legge

$$h(t) = \begin{cases} c \lambda e^{-\lambda t} & t \geq 1 \\ 0 & t < 1 \end{cases}$$

ove c è un parametro reale positivo mentre λ è a sua volta una variabile aleatoria di legge uniforme in $[1, 2]$.

Si determini il valore di c , la legge della durata dell'impianto e il suo valore atteso.

Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Gestionale, a.a. 2010/2011
Prova scritta di Metodi Matematici e Statistici 1 del 15/12/2010

Traccia B

Prof. V. Romano

Quesito 1

In una rete idrica vi sono da quattro valvole. Ciascuna valvola ha probabilità $1/4$ di guastarsi in un anno. Quando una valvola si guasta impedisce il flusso di acqua. Le valvole funzionano indipendentemente l'una dall'altra. Due valvole sono collegate in serie e queste due sono collegate a loro volta in parallelo con le altre due. Qual è la probabilità che la rete smetta di fornire acqua?

Quesito 2

In un deposito si trovano 9 pezzi meccanici di cui 3 sono difettosi. Qual è la probabilità che scegliendo 3 pezzi tre di essi siano difettosi? Qual è la probabilità di prendere un pezzo difettoso alla seconda scelta? Selezionando a caso 6 pezzi, qual è il valore atteso e la varianza di quelli difettosi?

Quesito 3

Un macchinario ha una durata di legge

$$d(t) = \begin{cases} k \alpha e^{-\alpha t} & t \geq 1/2 \\ 0 & t < 1/2 \end{cases}$$

ove k è un parametro reale positivo mentre α è a sua volta una variabile aleatoria di legge uniforme in $[0.5, 1.5]$.

Si determini il valore di k , la legge e il valore medio della durata del macchinario .

Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Gestionale, a.a. 2010/2011
Prova scritta di Metodi Matematici e Statistici 1 del 15/12/2010

Traccia C

Prof. V. Romano

Quesito 1

Una fornitura è costituita da pezzi provenienti dalla catena di produzione A e da pezzi provenienti dalla catena di produzione B. Il numero di pezzi provenienti da A segue una legge $B(2,0.25)$, il numero di pezzi provenienti da B segue una legge $B(2,0.5)$. Qual è la probabilità di scegliere un pezzo proveniente da A.

Quesito 2

In un ufficio vi sono due sportelli reclami. Il primo riceve in media 3 reclami giornalieri, il secondo 4. Qual è la probabilità che complessivamente arrivino nell'ufficio più di 4 reclami? Sapendo che complessivamente sono arrivati in un giorno 6 reclami, qual è la probabilità che nel secondo sportello ne siano stati presentati 3? Qual è la probabilità che tutti e 6 i reclami siano arrivati al secondo sportello?

Quesito 3

Un macchinario ha una durata data da $T = X^2$, ove X è una variabile aleatoria di legge esponenziale di parametro $\lambda > 0$. Si determini la legge di T , la sua densità e il valore atteso.

Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Gestionale, a.a. 2010/2011
Prova scritta di Metodi Matematici e Statistici del 10/02/2011

Prof. V. Romano

Quesito 1a

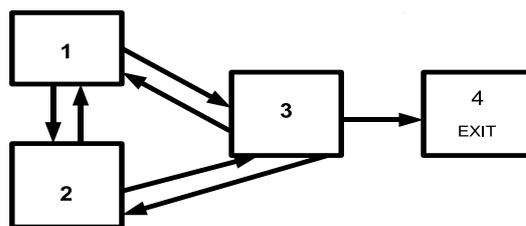
Durante la copia di backup di un grosso archivio si è registrato un valore medio di errori per file di 0.3. Qual è la probabilità che in un file si trovi un errore? Qual è la probabilità che in un file si trovino più di due errori? Sapendo che in tre specifici files si sono verificati quattro errori, qual è la probabilità che in uno di essi si siano registrati due errori?

Quesito 2a

La quantità di gas contenuto in una bombola segue una legge normale di media 10 Kg e deviazione standard 1 kg. Qual è la probabilità che il contenuto di tre bombole sia in totale inferiore a 27 Kg? Qual è la probabilità che superi 32 Kg? In cinquanta bombole qual è il contenuto più alto delle prime dieci meno piene?

Quesito 1b

Un topolino si muove attraverso il percorso di figura, passando in maniera random da una casella ad una ad essa collegata. Si descriva il movimento del topolino tramite una catena di Markov. Si classifichino gli stati della catena e si trovino le distribuzioni invarianti. Qual è la probabilità che il topolino raggiunga l'uscita?



Quesito 2b

Si consideri un campione di 100 batterie ricaricabili aventi una durata nominale di ricarica di al massimo 5 ore. Dall'analisi risulta una durata media campionaria di 4.8 ore. Supponendo nota la deviazione standard di ricarica e pari a 0.5 ore, si testi l'ipotesi che il valore nominale di ricarica venga rispettato ad un livello di significatività $\alpha = 0.05$. Si valuti l'errore di secondo tipo nel caso in cui il valore vero di ricarica sia di 4.7 ore e si determini, infine, una opportuna numerosità campionaria in modo da avere una potenza del 90 % in corrispondenza a tale valore vero.

Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Gestionale, a.a. 2010/2011
Prova scritta di Metodi Matematici e Statistici del 01/03/2011

Prof. V. Romano

Quesito 1a

Il numero di pezzi difettosi in una riserva di 10 elementi segue una legge $B(3, 1/2)$. Selezionando in maniera random un pezzo, qual è la probabilità che esso sia difettoso? Selezionando in maniera random due pezzi, qual è la probabilità che essi siano entrambi difettosi?

Quesito 2a

Un macchinario ha una durata data da $T = X^2$, ove X è una variabile aleatoria di legge uniforme in $[0, 2]$. Si determini la legge di T , il valore atteso e la varianza.

Quesito 1b

Nello sportello di un ufficio si sono registrate, in un prefissato arco di tempo, code di attesa con le seguenti frequenze

persone in coda	0	1	2	3	4	5
frequenza	22	33	25	13	5	2

Si calcolino la media e la varianza empirica. Si adatti, poi, ai dati una opportuna distribuzione teorica, convalidando la scelta con un test del chi-quadro.

Quesito 2b

In un campione di 40 studenti, appartenenti ad un medesimo corso di laurea, 11 hanno abbandonato gli studi. Si può asserire ad un livello di significatività $\alpha = 0.05$ che la percentuale di abbandoni non superi il 30%? Si fornisca un intervallo di confidenza di livello $1-\alpha$ per la percentuale di studenti che abbandonano gli studi. Se la percentuale vera di studenti che abbandonano gli studi fosse del 25%, quale sarebbe la potenza del test? Si determini una opportuna numerosità campionaria affinché in corrispondenza a tale valore vero si abbia una potenza di 0.8.

Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Gestionale, a.a. 2010/2011
Prova scritta di Metodi Matematici e Statistici del 06/05/2011

Prof. V. Romano

Quesito 1a

Un impianto si guasta in maniera random in un intervallo di tempo unitario. Il sistema di monitoraggio rileva il guasto dopo un tempo di legge esponenziale di parametro $\lambda > 0$. Qual è la legge del tempo di osservazione del guasto? Se ne determinino media e varianza.

Quesito 2a

Un'officina esegue la manutenzione di due catene di produzione. Il numero giornaliero di macchine guaste provenienti dalla catena A segue una legge $B(2, \frac{1}{2})$. Il numero giornaliero di macchine guaste provenienti dalla catena B segue una legge $B(1, \frac{1}{3})$. Si calcoli la probabilità che in un giorno non ci sia alcun intervento da eseguire, la probabilità che in un giorno ce ne siano 2, la probabilità che in un giorno ce ne siano 3. Qual è il valore atteso giornaliero di macchine da manuzionare?

Quesito 1b

Si decide di considerare truccata una moneta se in 60 lanci esce testa al più 25 volte o almeno 45 volte. Qual è l'errore di prima specie corrispondente?

Se il test fosse stato unilatero a destra con $\alpha = 0.05$ e si fossero avute 35 teste in 60 lanci, si sarebbe rigettata l'ipotesi *moneta equilibrata*? Quale sarebbe la potenza del test se la vera probabilità che esca testa è 0.7?

Quesito 2b

Una classe di studenti viene sdoppiata in due di eguale numerosità. Nell'arco di sei anni si sono registrati gli esiti riassunti in tabella circa il numero di studenti che hanno superato l'esame di Calcolo delle Probabilità

Classe A	15	16	14	18	13	19
Classe B	14	16	12	11	17	15

Si può asserire ad un livello $\alpha=0.05$ che la classe A abbia riportato degli esiti migliori?

Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Gestionale, a.a. 2010/2011
Prova scritta di Metodi Matematici e Statistici del 24/06/2011

Prof. V. Romano

Quesito 1a

Il numero di pezzi difettosi in una catena di produzione segue una legge $B(2, \theta)$ ove θ segue a sua volta una legge Beta(2, 2). Qual è la densità della variabile aleatoria che rappresenta il numero di pezzi difettosi? Se ne determini la media.

Quesito 2a

Un lago riceve acqua da due immissari e alimenta un emissario. Misurando la portata in base alla variazione di quota dell'acqua, i due immissari immettono con legge $X_1 \sim N(1, 1)$ e $X_2 \sim N(2, 2)$ mentre l'emissario viene alimentato con legge $X_3 \sim N(\frac{3}{2}, 3)$. Si determini la legge seguita dall'altezza dell'acqua. Qual è la probabilità che la quota superi il livello di guardia pari a 2? Qual è la probabilità che la quota sia inferiore a 0.5?

Quesito 1b

In una catena di produzione ogni pezzo viene collaudato. A seconda dell'esito del collaudo il pezzo può essere posto in vendita oppure eliminato oppure inviato alla riparazione. Dopo quest'ultima, può essere inviato nuovamente al collaudo oppure posto in vendita oppure eliminato.

Si modellizzi tale processo tramite una catena di Markov (a 4 stati) supponendo quanto segue. Le probabilità che dal collaudo venga posto in vendita oppure inviato alla riparazione oppure eliminato sono rispettivamente 0.8, 0.1, 0.1. Le probabilità che dopo la riparazione venga posto in vendita oppure inviato al collaudo oppure eliminato sono rispettivamente 0.8, 0.1, 0.1.

Si determinino le distribuzioni invarianti, si classifichino gli stati e si trovi la probabilità che un pezzo venga eliminato.

Quesito 2b

Il monitoraggio di inquinanti in una fabbrica ha fornito, in opportune unità di misura, i dati in tabella

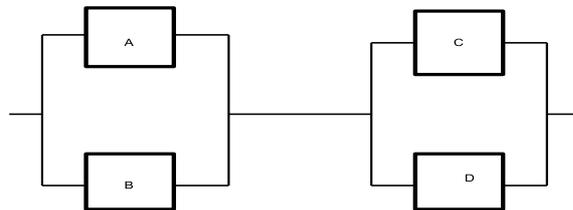
valore	2	4	3	4.5	3.5	5	2	3
frequenza	4	4	4	3	3	6	5	2

Si può asserire ad un livello di significatività $\alpha=0.05$ che il valore ecceda quello di allarme fissato pari a 3? Cosa si può asserire ad un livello di significatività $\alpha=0.01$?

Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Gestionale, a.a. 2010/2011
Prova scritta di Metodi Matematici e Statistici del 13/07/2011
Prof. V. Romano

Quesito 1a

Un dispositivo è costituito da quattro elementi disposti come da figura. La durata di ciascun elemento segue una legge di Poisson di parametro $\lambda > 0$. Si determini la legge della durata del dispositivo e il valore atteso.



Quesito 2a

Il numero di pezzi difettosi in una catena di produzione segue una legge $B(2, \theta)$ ove θ segue a sua volta una legge $Beta(3, 3)$. Qual è la densità della variabile aleatoria che rappresenta il numero di pezzi difettosi? Se ne determinino media e varianza.

Quesito 1b

Il processo di assunzione in una ditta segue l'iter seguente. Dopo una intervista iniziale, metà dei candidati viene scartato mentre l'altra metà viene sottoposta ad un test teorico. A seguito dell'esito del test teorico due terzi dei candidati vengono scartati mentre il terzo rimanente viene sottoposto ad un prova pratica alla fine della quale metà dei candidati viene assunto.

Si modelizzi tale processo tramite una catena di Markov a cinque stati. Si classifichino gli stati della catena. Si determinino le distribuzioni invarianti e si trovi la probabilità che un candidato venga assunto.

Quesito 2b

Il monitoraggio di inquinanti in due impianti di una stessa fabbrica ha fornito, in opportune unità di misura, i dati in tabella

	impianto 1								impianto 2							
valore	2	3.5	4.5	5	5.5	6	8	10	2	2.5	3.5	4	4.2	4.8	5	5.2
frequenza	4	5	3	3	3	2	4	1	4	5	3	3	3	1	3	1

Supponendo uguali le varianze per i dati dei due impianti, si può asserire ad un livello di significatività $\alpha=0.05$ che il primo impianto inquina più del secondo? Cosa si può asserire ad un livello di significatività $\alpha=0.01$?

Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Gestionale, a.a. 2010/2011
Prova scritta di Metodi Matematici e Statistici del 28/07/2011
Prof. V. Romano

Quesito 1a

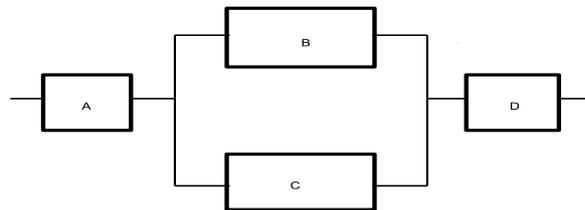
Una coppia di variabili aleatorie X e Y hanno densità congiunta

$$f(x, y) = \begin{cases} c|xy| & \text{se } x^2 + y^2 \leq 1 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

X e Y sono indipendenti? Dopo aver determinato la costante c , si scrivano le densità marginali e il valore medio di X e Y . Qual è la probabilità che $X^2 + Y^2 \leq 1$, $Y \geq 0$?

Quesito 2a

Un dispositivo è costituito da quattro elementi disposti come da figura. La durata degli elementi A e D segue una legge uniforme in $[0, 1]$. La durata degli elementi B e C segue una legge esponenziale di parametro $\lambda > 0$. Si determini la legge della durata del dispositivo e il valore atteso.



Quesito 1b

Si consideri la *passeggiata aleatoria sui vertici di un quadrato* definita dalla regola seguente: da un vertice si ha probabilità $1/2$ di andare al vertice opposto e probabilità $1/4$ di andare in uno degli altri due vertici rimanenti.

Si modelizzi tale processo tramite una catena di Markov. Si determinino le distribuzioni invarianti e si classifichino gli stati. Si calcoli per $n \gg 1$ la probabilità dell'evento $(X_n = 1, X_{n+1} = 3)$.

Quesito 2b

Nella tabella seguente sono stati raccolti i dati relativi al numero di persone in coda presso lo sportello di un ente pubblico cui si rivolge un alto numero di utenti. Si deter-

persone in coda	0	1	2	3	4	5	6
frequenza	2	3	3	2	1	0	1

minino media e varianza empirica. Si adatti, poi, ai dati una opportuna distribuzione teorica e, sulla base di quest'ultima, si calcoli la probabilità che ci siano meno di tre persone in coda e la probabilità che ci siano più di 4 persone in coda.

Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Gestionale, a.a. 2010/2011
Prova scritta di Metodi Matematici e Statistici del 01/09/2011

Prof. V. Romano

Quesito 1a

Un inquinante si trova disperso in un canale secondo un vettore aleatorio $Z = (X, Y)$ che ha densità

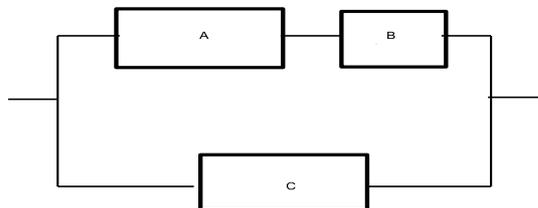
$$f(x, y) = \begin{cases} c e^{-x^2}(y^2 - 1) & \text{se } (x, y) \in \mathbb{R} \times [-1, 1] \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

X e Y sono indipendenti? Si determini la costante c e il valore atteso di Z . Si scrivano le densità marginali e il loro valore medio e varianza. Qual è la probabilità che l'inquinante si trovi nella regione $A = \{-\sqrt{2} < X < \sqrt{2}, -1 \leq Y \leq 1\}$?

Quesito 2a

Un congegno idraulico è costituito da tre valvole collegate come da figura. Le probabilità che le valvole A , B , C si guastino è rispettivamente pari a $1/3$, $1/4$, $1/2$. Il congegno è funzionante se funziona almeno la coppia di valvole A , B o la valvola C . Si calcoli la probabilità che il congegno si guasti.

Se si esaminano dieci congegni del tipo sopra indicato, qual è la probabilità di trovarne più di tre guasti? Se si esamina un lotto di n congegni con $n \gg 1$ e i primi dieci risultano funzionanti, qual è la probabilità che il tredicesimo sia guasto?



Quesito 1b

Nella tabella seguente sono stati raccolti i dati relativi al numero di persone in coda presso lo sportello di un ente pubblico cui si rivolge un alto numero di utenti.

persone in coda	0	1	2	3	4	5	6
frequenza	3	6	6	4	2	1	0

Si stimino media e varianza. Si adatti, poi, ai dati una opportuna distribuzione teorica di probabilità e si sottoponga tale adattamento ad un test del chi-quadrato con $\alpha = 0.05$ e $\alpha = 0.01$.

Quesito 2b

Si considerino i dati relativi alla tabella di cui al quesito 1b e si testi l'ipotesi sulla media $H_0 : \mu = 2.3; H_1 : \mu < 2.3$ con $\alpha = 0.05$ e $\alpha = 0.01$. Utilizzando l'approssimazione normale, quale sarebbe la potenza del test se il valore vero della media fosse 2.1?

Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Gestionale, a.a. 2010/2011
Prova scritta di Metodi Matematici e Statistici del 20/09/2011

Prof. V. Romano

Quesito 1a

Vengono esaminate cinque catene di produzione, contrassegnate con A, B, C, D, E. La probabilità di trovare un pezzo guasto in ciascuna catena è pari a $1/3$.

Qual è la probabilità di trovare un pezzo guasto nelle catene A,B,C e nessun pezzo guasto nelle rimanenti catene D, E? Se si ripete l'intero esame dieci volte, qual è la probabilità che tale situazione si verifichi tre volte? Se dopo cinque esami, tale situazione non si è verificata, qual è la probabilità che si verifichi per la prima volta all'ottavo controllo?

Quesito 2a

Un inquinante si trova disperso in un canale secondo un vettore aleatorio $Z = (X, Y)$ che ha densità

$$f(x, y) = \begin{cases} c e^{-x^2} (1 - y^2) & \text{se } (x, y) \in [0, +\infty[\times [-1, 1] \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Si determini la costante c e il valore atteso di Z . Si scrivano le densità marginali e il loro valore medio e varianza. X e Y sono indipendenti? Qual è la probabilità che l'inquinante si trovi nella regione $A = \{0 \leq X \leq 1, -1 \leq Y \leq 1\}$?

Quesito 1b

Nella tabella seguente sono stati raccolti i dati relativi al numero di persone in coda presso due sportelli di un ente pubblico.

persone in coda	0	1	2	3	4
frequenza sportello 1	3	6	6	4	1
frequenza sportello 2	2	5	6	4	3

Fissato un livello di significatività $\alpha = 0.05$, si testi dapprima l'ipotesi che le varianze nei due casi siano uguali. Si test poi l'ipotesi che il numero medio di persone in coda sia lo stesso per entrambi gli sportelli assumendo eguali le varianze.

Quesito 2b

Una ditta ha cinque punti vendita, contrassegnati con A, B, C, D, E. Su un campione di 60 prodotti si è registrata la distribuzione di vendite riportata in tabella.

A	B	C	D	E
13	29	7	5	6

Si può asserire ad un livello di significatività $\alpha = 0.05$ che sia stato rispettato l'obiettivo delle seguenti percentuali di vendite: A 30 %, B 30 %, C 20 %, D 10 %, E 10 %?

Università degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Gestionale, a.a. 2011/2012

Prova scritta di Metodi Matematici e Statistici del 09/12/2011

Prof. V. Romano

Quesito 1a

Un test a risposta multipla, con quattro risposte per ogni domanda, è suddiviso in parte A e parte B. Ciascuna parte prevede quattro domande e viene superata se si danno almeno due risposte esatte. Per superare l'intero test occorre superare entrambe le parti.

Supponendo di rispondere a caso si risolvino i seguenti quesiti. Qual è la probabilità di superare il test? Ripetendo il test cinque volte, qual è la probabilità di superarlo due volte? Sapendo che il test è andato male nei primi due tentativi, qual è la probabilità di superarlo per la prima volta al quinto tentativo?

Si modelizza il tempo di frenata di un veicolo, assumendo che il conducente, constatato il pericolo, frena con un tempo di ritardo T_R di legge

$$f_{T_R}(t) = \begin{cases} c_1 e^{-\lambda t} & \text{se } t \in [0, 1] \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

con $c_1, \lambda > 0$. Si assume poi che il tempo di arresto T_A segue una legge del tipo

$$f_{T_A}(t) = \begin{cases} c_2 e^{-\mu t} & \text{se } t \in [0, 2] \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

con $c_2, \mu > 0$. Si determinino le costanti c_1 e c_2 , la legge della durata complessiva del tempo di frenata, il suo valore atteso e la varianza.

Quesito 1b

Un'azienda decide di acquistare dei pannelli solari e contatta due ditte produttrici, le quali forniscono a titolo di prova cinque pezzi ciascuna. Si registrano i rendimenti riportati sotto.

rendimento (%) ditta 1	11	14	13	9	10
rendimento (%) ditta 2	13	13	15	10	10

Fissato un livello di significatività $\alpha = 0.05$, si testi dapprima l'ipotesi che le varianze nei due casi siano uguali. Si test poi, al medesimo livello di significatività, l'ipotesi che i pannelli della ditta 2 siano più efficienti di quelli della ditta 1.

Quesito 2b

Un'azienda manifatturiera ha cinque centri di produzione aventi ciascuno il numero di dipendenti riportato in tabella. Su un campione di 100 prodotti si è registrata la distribuzione di produzione tra i centri riportata in tabella.

centro	1	2	3	4	5
numero impiegati	10	15	20	25	30
pezzi prodotti	9	20	25	30	16

Si può asserire ad un livello di significatività $\alpha = 0.05$ che tutti i centri di produzione presentano la medesima produttività? Cosa si può asserire ad un livello di significatività $\alpha = 0.01$?

Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Gestionale, a.a. 2011/2012
Prova scritta di Metodi Matematici e Statistici del 02/02/2012

Prof. V. Romano

Quesito 1a

Un'urna contiene 3 palline bianche e un numero di palline rosse che segue una legge $B(2, 1/2)$. Si estraggono due palline a caso senza reimbussolamento. Qual è la probabilità che nessuna pallina estratta sia rossa? Qual è la probabilità che una sola pallina estratta sia rossa? Qual è il valore atteso di palline rosse estratte?

Quesito 2a

Da una nave in avaria esce del greggio la cui posizione sulla superficie del mare è descritta da un vettore aleatorio (X, Y) di densità

$$c f(x, y) = \begin{cases} e^{-(x^2+y^2)} & \text{se } x \geq 0, \quad -x \leq y \leq x \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

con $c > 0$, avendo scelto un opportuno sistema di coordinate con origine il punto di fuoriuscita e opportune unità di misura.

Si calcoli la media della distribuzione e la probabilità che il greggio disti dall'origine più di due unità. Si ricalcoli poi tale probabilità, noto che il greggio dista dall'origine più di una unità.

Quesito 1b

Lo spread di un titolo ha riportato negli ultimi sei mesi l'andamento in tabella.

mese	1	2	3	4	5	6
spread (%)	10	8	12	11	13	14

Sulla base di una analisi di regressione lineare, si può asserire che lo spread sia in crescita? Si stimi il valore dello spread nel settimo mese e si scrivano gli intervalli di confidenza di livello $1 - \alpha = 0.95$ per i parametri che appaiono nella retta di regressione.

Quesito 2b

Due centri di produzione di una medesima società hanno il numero di dipendenti riportato in tabella.

centro	A	B
numero impiegati	40	60
pezzi prodotti	29	31

Sulla base dei pezzi prodotti forniti dalla tabella, si può asserire ad un livello di significatività $\alpha = 0.05$ che il centro di produzione A è più produttivo di quello B? Cosa si può asserire ad un livello di significatività $\alpha = 0.01$?

Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Gestionale, a.a. 2011/2012
Prova scritta di Metodi Matematici e Statistici del 23/02/2012

Prof. V. Romano

Quesito 1a

Una ditta si rifornisce da due aziende. La ditta A ha prodotti più costosi ma di alta qualità, la ditta B ha prodotti meno costosi ma di bassa qualità. Giornalmente la ditta A fornisce 4 pezzi, l'altra ditta fornisce un numero di pezzi che segue una legge $B(3, 1/2)$. Prendendo a caso 3 pezzi da tale fornitura, qual è la probabilità di scegliere due pezzi di bassa qualità? Qual è la probabilità che un solo pezzo sia di bassa qualità? Qual è il valore atteso di pezzi di bassa qualità?

Quesito 2a

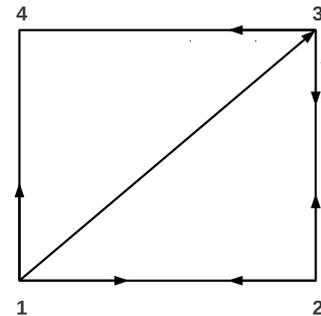
Una variabile aleatoria continua T ha la seguente funzione di ripartizione

$$F_T(t) = \begin{cases} 0 & t \leq 0 \\ 2t^2 & 0 < t < \frac{1}{2} \\ \alpha t & \frac{1}{2} \leq t \leq 1 \\ c & t > 1 \end{cases}$$

Dopo aver individuato il valore delle costanti α e c , si calcolino, se esistono, il valore medio e la varianza. Si determinino poi i quantili di T . Quanto vale la probabilità che T sia compresa tra -1 e 1 ?

Quesito 1b

Un commesso viaggiatore si sposta in 4 città secondo lo schema riportato in figura. Le frecce indicano dove può andare. Assumendo che le scelte indicate dalle frecce siano equiprobabili, si descriva il viaggio del commesso tramite una catena di Markov, determinandone le distribuzioni invarianti e classificandone gli stati. Qual è la probabilità che il commesso raggiunga la città 4?



Quesito 2b

Si vogliono monitorare le spese di cancelleria di due uffici svolgenti le stesse mansioni. Il numero di impiegati assieme alle penne consumate nelle due sedi è riportato in tabella.

sede	A	B
numero di penne	60	40
numero di impiegati	31	29

Sulla base di tali dati, si può asserire ad un livello di significatività $\alpha = 0.05$ che l'ufficio A consuma meno di quello B? Cosa si può asserire ad un livello di significatività $\alpha = 0.01$?

Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Gestionale, a.a. 2011/2012
Prova scritta di Metodi Matematici e Statistici del 27/04/2012

Prof. V. Romano

Quesito 1a

Il numero di pezzi difettosi in una catena di produzione segue una legge $B(2, \theta)$ ove θ segue a sua volta una legge Beta(1, 2). Qual è la densità della variabile aleatoria che rappresenta il numero di pezzi difettosi? Se ne determini la media.

Quesito 2a

La quota d'acqua in una diga è descritta da una variabile aleatoria continua H che ha, in opportune unità di misura, la seguente funzione di ripartizione

$$F_H(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ \alpha - e^{-x} & 0 < x < 1 \\ \alpha - \frac{1}{e} + m(x-1) & 1 \leq x \leq 2 \\ c & x > 2 \end{cases}$$

Dopo aver individuato il valore delle costanti α , m e c , si calcolino, se esistono, il valore medio e la varianza e si determinino i quartili. Qual è la probabilità che H superi il livello di guardia $x_G = 1.5$?

Quesito 1b

Il monitoraggio di inquinanti in due impianti di una stessa fabbrica ha fornito, in opportune unità di misura, i dati in tabella

	impianto 1						impianto 2					
valore	2	3.5	4.5	5	5.5	6	2	2.5	3.5	4	4.2	4.8
frequenza	4	5	3	3	3	2	4	5	3	3	3	1

Supponendo uguali le varianze per i dati dei due impianti, si può asserire ad un livello di significatività $\alpha=0.05$ che il primo impianto inquina più del secondo? Cosa si può asserire ad un livello di significatività $\alpha=0.01$?

Quesito 2b

Un'azienda ha quattro centri di produzione aventi ciascuno il numero di dipendenti riportato in tabella. Su un campione di 100 prodotti si è registrata la distribuzione di produzione tra i centri riportata in tabella.

centro	1	2	3	4
numero impiegati	10	15	20	25
pezzi prodotti	13	22	28	37

Si può asserire ad un livello di significatività $\alpha = 0.05$ che tutti i centri di produzione presentano la medesima produttività? Cosa si può asserire ad un livello di significatività $\alpha = 0.01$?

Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Gestionale, a.a. 2011/2012
Prova scritta di Metodi Matematici e Statistici del 21/06/2012

Prof. V. Romano

Quesito 1a

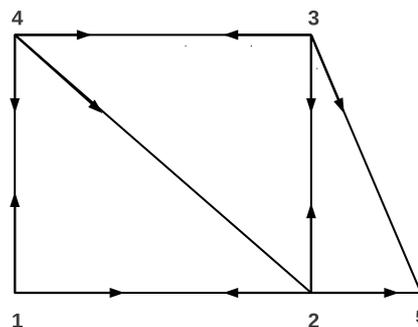
Una materia è divisa in 6 capitoli di cui ne vengono chiesti 3 in sede di esame. Uno studente decide di studiare solo 3 capitoli. Supponendo che lo studente risponda positivamente alle domande sui capitoli che ha studiato e negativamente sugli altri e che occorre dare almeno due risposte esatte, qual è la probabilità che superi l'esame? Noto che lo studente non ha superato l'esame ai primi due tentativi, qual è la probabilità che lo superi per la prima volta al quarto tentativo?

Quesito 2a

Un dispositivo ha una durata di legge esponenziale di parametro $\lambda > 0$ che a sua volta è una variabile aleatoria di legge uniforme in $[2, 3]$. Qual è la legge della durata del dispositivo? Calcolarne poi, se esistono, la media e la varianza.

Quesito 1b

Un commesso viaggiatore si muove in 5 località secondo lo schema di figura. Supponendo che le scelte indicate dalle frecce siano equiprobabili, si modella il movimento del commesso tramite una catena di Markov. Si classifichino gli stati della catena, se ne determinino le distribuzioni invarianti e si calcoli la probabilità che il commesso raggiunga



la località 5 partendo dalla 1.

Quesito 2b

In una azienda tre centri di gestione, svolgenti le medesime mansioni, hanno il numero di impiegati riportati in tabella, ove è pure indicato il numero di pratiche evase in una settimana. Si può asserire ad un livello di significatività $\alpha = 0.05$ che i tre centri hanno la stessa produttività? Cosa si può asserire ad un livello di significatività $\alpha = 0.01$?

centro	A	B	C
numero impiegati	20	30	50
pezzi prodotti	15	16	29

Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Gestionale, a.a. 2011/2012
Prova scritta di Metodi Matematici e Statistici del 4/07/2012

Prof. V. Romano

Quesito 1a

Un pronto soccorso possiede tre autoambulanze. Il numero medio di richieste orarie è di 2.5. Qual è la probabilità che non si possa fornire il servizio nel senso che si hanno più di tre emergenze orarie?

Supponiamo che in un secondo pronto soccorso il numero medio di richieste orarie sia di 1.5. Qual è la probabilità che complessivamente ai due centri arrivino più di tre richieste orarie?

Quesito 2a

In una caserma dei vigili del fuoco arriva un numero di richieste di intervento secondo una legge binomiale $B(2, p)$ ove a sua volta p è una variabile aleatoria di legge uniforme in $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$. Qual è la legge del numero di chiamate? Calcolarne media e varianza.

Quesito 1b

Due ditte del medesimo settore, aventi entrambe lo stesso numero di impiegati, sono riuscite ad evadere in una settimana di prova rispettivamente 5 e 7 ordini.

Si può asserire ad un livello di significatività $\alpha = 0.05$ che la seconda ditta è più produttiva della prima? Cosa si può asserire ad un livello di significatività $\alpha = 0.01$?

Quesito 2b

Un monitoraggio ha condotto alle frequenze del numero di reclami giornalieri, giunti ad un call center, riportate nella tabella sotto

chiamate	0	1	2	3	4	5
frequenze	7	10	8	6	3	1

Si calcolino la media e la varianza empirica e si adatti ai dati una opportuna legge teorica di probabilità. Sulla base di quest'ultima, si calcoli la probabilità che avvengano più di tre reclami in un giorno.

Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Gestionale, a.a. 2011/2012
Prova scritta di Metodi Matematici e Statistici del 19/07/2012

Prof. V. Romano

Quesito 1a

Un test a risposta multipla prevede dieci domande con quattro risposte per ciascuna domanda. Viene assegnato un punto per ogni risposta esatta e viene detratto un quarto di punto per ogni risposta sbagliata. Le risposte non date si considerano sbagliate. Supponendo di rispondere a caso si risolvano i seguenti quesiti. Qual è la probabilità di rispondere esattamente a otto domande? Qual è la probabilità di ottenere il punteggio di 7.5? Qual è il punteggio atteso?

Quesito 2a

Sia data una variabile aleatoria $X \sim B(2, p)$ con $0 < p < 1$. Si determini la legge di $Z = X^2$, calcolandone poi media e varianza.

Quesito 1b

La spending review di quattro enti ha evidenziato la seguente tabella ove vengono riportati il numero totale di impiegati e il numero di dirigenti.

ente	A	B	C	D
impiegati	20	30	35	40
dirigenti	1	2	4	4

Si può asserire ad un livello di significatività $\alpha = 0.05$ che vi sia una sostanziale differenza del rapporto dipendenti-dirigenti? Cosa si può asserire ad un livello di significatività $\alpha = 0.01$?

Quesito 2b

Un monitoraggio ha condotto alle frequenze, in opportune unità di misura, sulla densità di polveri sottili riportate nella tabella sotto:

classi	frequenze
$[0, 0.5[$	10
$[0.5, 1[$	8
$[1, 1.5[$	6
$[1.5, 2]$	3

Si calcolino i quartili empirici.

Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Gestionale, a.a. 2011/2012
Prova scritta di Metodi Matematici e Statistici del 06/09/2012

Prof. V. Romano

Quesito 1a

Sia data una variabile aleatoria $X \sim B(2, p)$ con $0 < p < 1$. Si determini la legge di $Z = X^2$ e di $W = X^3$ e si calcoli poi il coefficiente di correlazione lineare tra X e Z .

Quesito 2a

In una catena di produzione si raggiungono temperature descritte (in opportune unità) dalla variabile aleatoria T_1 di legge $N(8, 1)$. L'impianto non opera se $T_1 < 6$ ed entra in allarme se $T_1 > 10$. Si determinino le probabilità che si verifichino questi due eventi.

Se l'impianto viene potenziato in modo che la temperatura sia data da $T = T_1 + T_2$ con $T_2 \sim N(1, 1)$, si ricalcolino le precedenti probabilità, assumendo T_1 e T_2 indipendenti.

Quesito 1b

In tabella vengono riportati il numero di studenti e il numero di docenti in un corso sulla medesima disciplina in quattro atenei diversi.

ente	A	B	C	D
studenti	25	30	35	40
docenti	1	2	4	4

Si può asserire ad un livello di significatività $\alpha = 0.05$ che vi sia una sostanziale differenza del rapporto docenti-studenti tra i diversi atenei? Cosa si può asserire ad un livello di significatività $\alpha = 0.01$?

Quesito 2b

Un monitoraggio ha condotto alle frequenze, in opportune unità di misura, sulla densità di polveri sottili riportate nella tabella sotto:

classi	frequenze
$[0, 0.5[$	10
$[0.5, 1[$	8
$[1, 1.5[$	6
$[1.5, 2]$	3

Si calcolino i quantili di ordine 0.4 e 0.8.

Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Gestionale, a.a. 2011/2012
Prova scritta di Metodi Matematici e Statistici del 26/09/2012

Prof. V. Romano

Quesito 1a

Un segnale è costituito da due stringhe indipendenti di 3 caratteri ciascuna. I caratteri della stringa 1 appartengono all'insieme $\{A, B\}$, i caratteri della stringa 2 appartengono all'insieme $\{0, 1\}$. Durante la trasmissione del segnale si ha una probabilità $p_1 = 0.1$ di inviare un singolo carattere distorto della stringa 1 e una probabilità $p_2 = 0.2$ di inviare un singolo carattere distorto della stringa 2. Qual è la probabilità di ricevere un segnale distorto? Sapendo che i primi 3 segnali sono arrivati non distorti, qual è la probabilità che il primo segnale distorto sia il quinto?

Quesito 2a

Sia data una variabile aleatoria $X \sim U(0, 2)$ (distribuzione uniforme in $[0, 2]$). Si determini la legge di $Z = X^2$ e di $W = X^3$ e si calcoli poi il coefficiente di correlazione lineare tra X e Z .

Quesito 1b

In un centro di produzione A sono stati prodotti 50 pezzi di cui 8 si sono rivelati difettosi; in un centro di produzione B sono stati prodotti 45 pezzi di cui 3 si sono rivelati difettosi. Si può asserire ad un livello di significatività $\alpha = 0.05$ che i due centri hanno prodotto una percentuale di pezzi difettosi diversa? Cosa si può asserire ad un livello di significatività $\alpha = 0.01$?

Quesito 2b

Un monitoraggio sulla densità di polveri sottili nell'arco di sei anni ha condotto ai valori, in opportune unità di misura, riportati nella tabella sotto:

anno	1	2	3	4	5	6
densità	0.6	0.7	0.5	0.4	0.6	0.45

Si scriva la retta di regressione lineare e si testi l'ipotesi che il valore di polveri sottili sia sostanzialmente costante negli anni ad un livello di significatività $\alpha = 0.05$ e $\alpha = 0.01$.

Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Gestionale, a.a. 2011/2012
Prova scritta di Metodi Matematici e Statistici del 14/12/2012

Prof. V. Romano

Quesito 1a

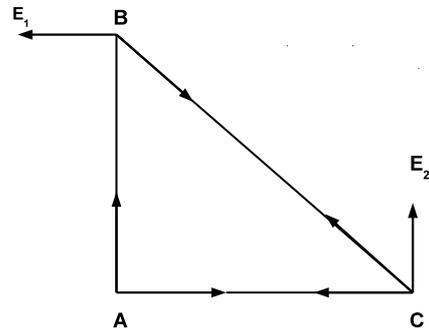
Una commissione di tre membri viene sorteggiata da una rosa di dieci nominativi. Qual è la probabilità che uno dei nominativi entri a far parte della commissione? Ripetendo il sorteggio tre volte, qual è la probabilità che una stessa persona venga scelta due volte? Sapendo che uno specifico nominativo non è stato estratto nei primi due sorteggi, qual è la probabilità che venga sorteggiato al quinto tentativo?

Quesito 2a

Sia X una variabile aleatoria di legge uniforme in $[0, 2]$. Si determini la legge di $Z = \sqrt{X}$, calcolandone poi la media e la varianza.

Quesito 1b

Un commesso viaggiatore parte da una certa località A e si muove negli altri posti secondo lo schema riportato in figura. Le frecce indicano dove può andare. Assumendo che le scelte indicate dalle frecce siano equiprobabili, si descriva il viaggio del commesso tramite una catena di Markov, determinandone le distribuzioni invarianti e classificandone gli stati. È più probabile che il commesso finisca il suo giro in E_1 o in E_2 ?



Quesito 2b

In 20 sorteggi di un nominativo da una rosa di tre, una persona è stata estratta nove volte, un'altra sei volte, l'altra ancora cinque volte. Si può asserire ad un livello di significatività $\alpha = 0.05$ che il sorteggio non avviene in modo equo?

Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Gestionale, a.a. 2012/2013
Prova scritta di Metodi Matematici e Statistici del 07/02/2013

Prof. V. Romano

Quesito 1a

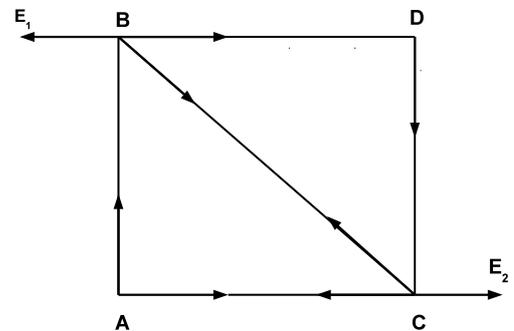
Per determinare una password di 3 caratteri si hanno a disposizione le lettere A, B, C, D. Provando a caso con tali lettere, qual è la probabilità di indovinare la password in un singolo tentativo? Qual è tale probabilità se le lettere devono essere distinte? Qual è tale probabilità se le lettere devono essere distinte e non conta l'ordine?

Quesito 2a

Un sensore rileva la presenza di fumo secondo una legge esponenziale di parametro $\lambda > 0$. Il sistema antincendio si attiva, dopo il rilevamento, in un tempo di legge esponenziale di parametro $\mu > 0$. Qual è la legge del tempo totale che intercorre tra l'insorgere del fumo e l'attivazione del sistema antincendio? Se ne determini poi la media e si calcoli la probabilità che tale tempo superi un valore critico T_C .

Quesito 1b

Un commesso viaggiatore parte da una certa località A e si muove negli altri posti secondo lo schema riportato in figura. Le frecce indicano dove può andare. Assumendo che le scelte indicate dalle frecce siano equiprobabili, si descriva il viaggio del commesso tramite una catena di Markov, classificandone gli stati. E' più probabile che il commesso finisca il suo giro in E_1 o in E_2 ?



Quesito 2b

Vengono effettuate delle misure sull'efficienza di una cella solare, variando la concentrazione di impurezze. I risultati delle frequenze delle coppie concentrazione-efficienza (C_i, E_j) sono riportati nella tabella sotto.

	E_1	E_2	E_3
C_1	3	6	1
C_2	2	5	3
C_3	2	3	5

Si può asserire che l'efficienza viene influenzata dalle impurezze ad un livello di significatività $\alpha = 0.05$?

Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Gestionale, a.a. 2012/2013
Prova scritta di Metodi Matematici e Statistici del 25/02/2013

Prof. V. Romano

Quesito 1a

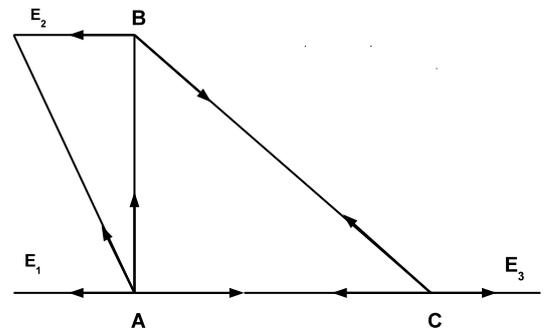
Per determinare una password di 3 caratteri si hanno a disposizione le lettere A, B, C, D, E. Provando a caso con tali lettere, qual è la probabilità di indovinare la password in un singolo tentativo? Qual è tale probabilità se si sa che una delle lettere che figurano nella password è la A? Qual è tale probabilità se si sa che nella password figurano sia la A che la B?

Quesito 2a

Una particella viene emessa secondo una legge uniforme nell'intervallo $[0, 1]$ e viene rilevata con un ritardo di legge esponenziale di parametro $\lambda > 0$. Si determini la legge del tempo totale che intercorre tra l'emissione e la rilevazione della particella, calcolandone media e varianza. Qual è la probabilità che tale tempo superi 0.75, sapendo che la particella è stata emessa dopo 0.5?

Quesito 1b

Un commesso viaggiatore parte da una certa località A e si muove negli altri posti secondo lo schema riportato in figura. Le frecce indicano dove può andare. Assumendo che le scelte indicate dalle frecce siano equiprobabili, si descriva il viaggio del commesso tramite una catena di Markov, classificandone gli stati. E' più probabile che il commesso finisca il suo giro in E_1 o in E_2 o in E_3 ?



Quesito 2b

In fase di sperimentazione un farmaco viene somministrato a 25 pazienti con tre dosaggi diversi, ottenendo i risultati riportati in tabella.

	guarigioni	non guarigioni
Dosaggio 1	10	3
Dosaggio 2	7	1
Dosaggio 3	4	0

Si può asserire che l'efficacia del farmaco dipende dal dosaggio ad un livello di significatività $\alpha = 0.05$?