Università degli Studi di Catania

L.S. IN ING. MECCANICA, GEOTECNICA, IDRAULICA, STRUTTURE E TRASPORTI

Prova scritta del corso di METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA e corso di METODI E MODELLI MATEMATICI PER LE APPLICAZIONI del 09/10/2009, a.a. 2008/2009

Prof. V. Romano

Quesito 1

Si studino le singolarità finite della funzione

$$f(z) = \frac{1 + \cos z}{\operatorname{sen}^2 z}$$

si scriva poi la serie Laurent di centro $z = 0$ e si calcoli

$$\oint_\Gamma f(z)\, d\,z,$$

essendo Γ la curva $|z - \frac{\pi}{2}| = \pi$.

Quesito 2

Si determini per $t > 0$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''(t) + y(t) = H(t)\, e^{-t} \operatorname{sen}(2t + 1) \\ y(0) = y'(0) = 0 \end{cases}$$

Quesito 3

Si scriva la serie di Fourier della ripetizione periodica

$$x_T(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(t - kT)$$

essendo T una costante reale positiva e

$$x(t) = \operatorname{sen}_+(2t + 1) + \operatorname{sen}(2t + 1)\frac{t^4}{t^2 + 1}.$$

Università degli Studi di Catania

L.S. IN ING. MECCANICA, GEOTECNICA, IDRAULICA, STRUTTURE E TRASPORTI

Prova scritta del corso di METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA e corso di METODI E MODELLI MATEMATICI PER LE APPLICAZIONI del 18/12/2009, a.a. 2009/2010

Prof. V. Romano

Quesito 1

Si studino le singolarità finite della funzione

$$f(z) = \frac{1 + \cos z}{\operatorname{sen}^2 z}$$

e si calcoli

$$\oint_\Gamma f(z)\, d\, z,$$

essendo Γ la curva $|z - \frac{\pi}{2}| = \pi$.

Quesito 2

Si determini per $t > 0$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''(t) + y(t) = H(t)\, e^{-t} \operatorname{sen}(2t + 1) \\ y(0) = y'(0) = 0 \end{cases}$$

Quesito 3

Si determini l'integrale generale dell'equazione

$$x u_t(x, t) - t u_x(x, t) = t^2 - x^2$$

e si risolva poi il problema di Cauchy ottenuto associando alla precedente equazione il dato iniziale

$$u(x, 1) = x^2 - x.$$

Quesito 4

Un test prevede 10 domande con indicate quattro risposte di cui una sola esatta. Per superare il test occorre fornire almeno l' 80% di risposte esatte.

Rispondendo a caso, qual è la probabilità di superare il test? Quale sarebbe stata tale probabilità se le domande fossero state 100?

Università degli Studi di Catania

L.S. IN ING. MECCANICA, GEOTECNICA, IDRAULICA, STRUTTURE E TRASPORTI

Prova scritta del corso di METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA e corso di METODI E MODELLI MATEMATICI PER LE APPLICAZIONI del 08/01/2010, a.a. 2009/2010

Prof. V. Romano

Quesito 1

Si determini l'integrale generale dell'equazione

$$2y\,u_x - u_y = -2y,$$

e si trovi poi la soluzione soddisfacente il dato iniziale $u(x,1) = x$.

Quesito 2

Si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} u_t + u\,u_x = 0 & x \in \mathbb{R}, t > 0 \\ u(x,0) = g(x) & x \in \mathbb{R} \end{cases}$$

con

$$g(x) = \begin{cases} 1 & x < 0 \\ 1 - x & 0 \leq x \leq 2 \\ -1 & x > 2 \end{cases}$$

Si determini l'eventuale tempo t^* di formazione dello schock e la velocità di quest'ultimo e si costruisca una soluzione che per $t > t^*$ comprenda un'onda d'urto.

Quesito 3

Si risolva il problema ai valori iniziali (corda pizzicata al centro)

$$\begin{cases} u_{tt} - c^2 u_{xx} = 0 & x \in [0,1], \quad t > 0 \\ u(x,0) = g(x) & x \in [0,1] \\ u_t(x,0) = 0 & x \in [0,1] \\ u(0,t) = u(1,t) = 0 & t > 0 \end{cases}$$

dove c è una costante reale positiva e

$$g(x) = \begin{cases} x & 0 \leq x \leq 1/2 \\ 1 - x & 1/2 < x \leq 1 \end{cases}$$

Università degli Studi di Catania

L.S. IN ING. MECCANICA, GEOTECNICA, IDRAULICA, STRUTTURE E TRASPORTI

Prova scritta del corso di METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA e corso di METODI E MODELLI MATEMATICI PER LE APPLICAZIONI del 02/02/2010, a.a. 2009/2010

Prof. V. Romano

Quesito 1a

Si studino le singolarità finite della funzione $f(z) = \dfrac{\text{sen} z}{z^2(z^2+1)}$. Si scriva poi la serie Laurent di centro $z = 0$ e si calcoli $\oint_\Gamma f(z)\,d\,z$, essendo Γ la curva $|z - \frac{i}{2}| = 1$.

Quesito 2a

Si determini per $t > 0$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(t) + \int_0^t y(s)\,d\,s = H(t)\,e^{-t} + \chi_{[0,1]}(t) \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

essendo $H(t)$ la funzione di Heaviside e $\chi_{[a,b]}(t)$ la funzione caratteristica relativa all'intervallo $[a, b]$.

Quesito 1b

Si scriva per $x > 0$ e $t \in \mathbb{R}$ l'integrale generale dell'equazione $xu_x + uu_t = 1$ e si trovi poi la soluzione del relativo problema di Cauchy di dato iniziale $u(1,t) = t$.

Quesito 2b

Si risolva il seguente problema al bordo (determinazione della distribuzione stazionaria di temperatura in una lamina rettangolare riscaldata lungo due lati contigui)

$$\begin{cases} u_{xx} + u_{yy} = 0 & (x,y) \in [0,a] \times [0,b] \\ u(x,0) = 0, \quad u(x,b) = 1 & x \in [0,a] \\ u(0,y) = 0, \quad u(a,y) = 1 & y \in [0,b] \end{cases}$$

con a e b due costanti positive.

Quesito 1c

Un dispositivo è costituito da due elementi collegati in parallelo. La durata di un elemento segue una legge esponenziale di parametro $\lambda = 2$ mentre la durata dell'altro segue una legge uniforme su $[1, 2]$. Supponendo che i due elementi funzionino in maniera indipendente, si determini la legge della durata dell'intero dispositivo, il valore atteso e la varianza.

Quesito 2c

La seguente tabella raccoglie i dati relativi alla resistenza di un tessuto al variare della percentuale di un nuova fibra sintetica   Tramite una analisi di regressione lineare, si può asserire che la resistenza cresce con

% nuova fibra	1	2	3	4	5	6	7	8
tensione massima	1.56	1.33	4.12	5.28	4.85	8.19	9.18	8.96

l'aumentare della percentuale della nuova fibra? Si fornisca, poi, un un intervallo di confidenza di livello 0.95 per ciascuno dei parametri che figurano nell'equazione della retta di regressione.

Università degli Studi di Catania

L.S. IN ING. MECCANICA, GEOTECNICA, IDRAULICA, STRUTTURE E TRASPORTI

Prova scritta del corso di METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA e corso di METODI E MODELLI MATEMATICI PER LE APPLICAZIONI del 23/02/2010, a.a. 2009/2010

Prof. V. Romano

Quesito 1a

Si determini per $t > 0$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''(t) + y(t) = \displaystyle\int_0^t e^{-(t-\tau)}\tau^2 \mathrm{sen}\tau \, d\tau \\ y(0) = y'(0) = 0 \end{cases}$$

Quesito 2a

Si scriva la trasformata di Fourier di $f(x) = \mathrm{sen}^2 x \, \left(\chi_{[0,1]} + H(x)\right)$ essendo $H(x)$ la funzione di Heaviside e $\chi_{[a,b]}(x)$ la funzione caratteristica relativa all'intervallo $[a, b]$.

Quesito 1b

Si trovi l'integrale generale dell'equazione $xu_t - tu_x = t\,u$ e si trovi poi la soluzione del relativo problema di Cauchy di dato iniziale $u(x, 0) = \exp(x + x^2)$.

Quesito 2b

Si risolva il seguente problema iniziale e al bordo (distribuzione di temperatura in un'asta tenuta agli estremi a temperatura costante con effetto radiativo)

$$\begin{cases} u_t - u_{xx} = -u & -1 < x < 1, \ t > 0 \\ u(x, 0) = 1 + x^2 & x \in [-1, 1] \\ u(-1, t) = u(1, t) = 2 & t > 0 \end{cases}$$

[Suggerimento: si cerchino soluzioni a variabili separabili di tipo trigonometrico])

Quesito 1c

La durata di un dispositivo è descritta da una variabile aleatoria T di densità

$$f(t) = \begin{cases} c & 0 < t < 1 \\ c\,e^{-t+1} & t \geq 1 \end{cases}$$

Si determini c, il valore atteso di T e la probabilità che $T > 2$. In un campione di 5 elementi, qual è la probabilità che si trovi al più un dispositivo avente durata inferiore a 2?

Quesito 2c

Si effettuano delle misure del carico di rottura di una trave, ottenendo, in appropriate unità, i valori

carico di rottura	8.1	8.2	6.9	7.3	5.8	7.1	6.8	5.5

Si può ritenere che la deviazione standard sia $\sigma = 1$. Si dia una stima puntuale del carico di rottura e una stima intervallare di livello $1 - \alpha$ con $\alpha = 0.05$ e $\alpha = 0.01$ e per tali valori di α si testi l'ipotesi che il carico di rottura sia maggiore di 6. Infine si determini l'errore di seconda specie nel caso in cui il valore vero sia 7.

Università degli Studi di Catania

L.S. IN ING. MECCANICA, GEOTECNICA, IDRAULICA, STRUTTURE E TRASPORTI

Prova scritta del corso di METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA e corso di METODI E MODELLI MATEMATICI PER LE APPLICAZIONI del 29/04/2010, a.a. 2009/2010

Prof. V. Romano

Quesito 1

Si determini per $t > 0$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''(t) + y(t) = H(t)\, e^{-t} + \chi_{[1,2]}(t) \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

essendo $H(t)$ la funzione di Heaviside e $\chi_{[a,b]}(t)$ la funzione caratteristica relativa all'intervallo $[a, b]$.

Quesito 2

Si dica quale delle seguenti funzioni risulta trasformabile secondo Fourier e nei casi affermativi si determini la trasformata

$$f_1(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ x & 0 \le x < 1 \\ e^{-x+1} & x > 1 \end{cases} \qquad f_2(x) = \begin{cases} 0 & x > 0 \\ -x & -1 \le x \le 0 \\ e^{-x+1} & x < -1 \end{cases}$$

Quesito 3

Si trovi l'integrale generale dell'equazione

$$x u_x - u_y = u + x$$

in $x > 0$ e si trovi poi la soluzione del relativo problema di Cauchy di dato iniziale

$$u(1, y) = \mathrm{sen} y$$

.

Università degli Studi di Catania

L.S. IN ING. MECCANICA, GEOTECNICA, IDRAULICA, STRUTTURE E TRASPORTI

Prova scritta del corso di METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA e corso di METODI E MODELLI MATEMATICI PER LE APPLICAZIONI del 29/06/2010, a.a. 2009/2010

Prof. V. Romano

Quesito 1a

Si classifichino le singolarità della funzione

$$f(z) = \frac{z^2}{\text{sen} 2z}$$

e poi si scriva lo sviluppo in serie di Laurent di centro $z = 0$.

Quesito 2a

Si determini per $t > 0$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\int_0^t y(\tau)(t-\tau)\, d\tau + y'(t) = \delta(t) - e^{-t},$$

essendo $\delta(t)$ la delta di Dirac.

Quesito 1b

Si trovi la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} u_t(x,t) - u_{xx}(x,t) = -u(x,t) & x \in \mathbb{R},\ t > 0 \\ u(x,0) = \delta(x+1) + \delta(x-1) & x \in \mathbb{R} \end{cases}$$

con $\delta(x)$ la delta di Dirac.

Quesito 2b

Si risolva il seguente problema di Cauchy, introducendo una eventuale onda di rarefazione

$$\begin{cases} u_t + u^2 u_x = 0 & x \in \mathbb{R}, t > 0 \\ u(x,0) = g(x) & x \in \mathbb{R} \end{cases} \quad \text{con} \quad g(x) = \begin{cases} -1 & x < 0 \\ 1 & x \leq 0 \end{cases}$$

Quesito 1c

La durata di un macchinario segue una legge esponenziale di parametro $\lambda > 0$ che a sua volta è una variabile aleatoria di legge uniforme in $[1, 2]$. Si determini il valore atteso della durata del macchinario e la probabilità che la durata sia maggiore di 1. In un campione di 3 elementi, qual è la probabilità che si trovi almeno un dispositivo avente durata superiore a 1?

Quesito 2c

Il livello d'acqua annuo medio di una diga rilevato negli ultimi dieci anni è riportato, in appropriate unità, nella tabella sotto

x	3.5	7.8	6.5	4.9	8.7	8.1	3.9	4.7	6.1	6.7

Si determini la retta di regressione, fornendo una intervallo di confidenza di livello 0.95 per i coefficienti della retta di regressione. Si stimi, poi, il livello dell'acqua per l'undicesimo anno.

Università degli Studi di Catania

L.S. IN ING. MECCANICA, GEOTECNICA, IDRAULICA, STRUTTURE E TRASPORTI

Prova scritta del corso di METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA e corso di METODI E MODELLI MATEMATICI PER LE APPLICAZIONI del 07/09/2010, a.a. 2009/2010

Prof. V. Romano

Quesito 1a

Si classifichino le singolarità della funzione

$$f(z) = \frac{z+1}{\mathrm{senh} z}$$

e poi si scriva lo sviluppo in serie di Laurent di centro $z = 0$.

Quesito 2a

Si determini per $t > 0$ la soluzione dell'equazione

$$y'(t) + \int_0^t \tau \, y(t-\tau) \, d\tau = \delta(t) + \delta'(t),$$

essendo $\delta(t)$ la delta di Dirac.

Quesito 1b

Si consideri il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} u_t + u^3 u_x = 0 & x \in \mathbb{R}, \, t > 0 \\ u(x,0) = g(x) & x \in \mathbb{R} \end{cases} \quad \text{con} \quad g(x) = \begin{cases} 1 & x < 0 \\ 1-x & 0 \le x \le 1 \\ 0 & x > 1 \end{cases}$$

Si determinino le curve caratteristiche e si individui l'eventuale tempo di formazione dello schock, calcolandone la velocità.

Quesito 2b

Si trovi la soluzione del seguente problema al bordo (distribuzione stazionaria di temperatura in una lamina rettangolare)

$$\begin{cases} u_{xx}(x,y) + u_{yy}(x,y) = 0 & (x,y) \in [0,2L] \times [0,L] \\ u(0,y) = 0 & y \in [0,L] \\ u(2L,y) = \mathrm{sen}\dfrac{\pi y}{L} & y \in [0,L] \\ u_x(x,0) = u_x(x,L) = 0 & x \in [0,2L] \end{cases}$$

essendo L una costante positiva.

Quesito 1c

La durata di un macchinario segue una legge esponenziale di parametro $\lambda > 0$ che a sua volta è una variabile aleatoria di legge esponenziale di parametro $\alpha > 0$. Si determini la legge della durata del macchinario e si dica se tale legge ammette speranza matematica finita.

Quesito 2c

In dieci confezioni di pile sono presenti tre pile guaste distribuite in maniera random. Qual è la probabilità che scegliendo a caso una confezione vi sia una pila guasta? Qual è la probabilità che non vi sia alcuna pila guasta? Qual è la probabilità che vi sia almeno una pila guasta?

Università degli Studi di Catania

L.S. IN ING. MECCANICA, GEOTECNICA, IDRAULICA, STRUTTURE E TRASPORTI

Prova scritta del corso di METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA e corso di METODI E MODELLI MATEMATICI PER LE APPLICAZIONI del 28/09/2010, a.a. 2009/2010

Prof. V. Romano

Quesito 1a

Si classifichino le singolarità della funzione

$$f(z) = \frac{z}{\mathrm{senh} z}$$

e poi si scriva lo sviluppo in serie di Laurent di centro $z = 0$.

Quesito 2a

Si determini la trasformata di Fourier di

$$f(x) = \mathrm{sen}_+(x) + \cos_+(x) + \mathrm{sen}(x)\chi_{[0,1]}(x)$$

essendo $\mathrm{sen}_+(x) = \mathrm{sen}(x)\,H(x)$, $\cos_+(x) = \cos(x)\,H(x)$, $H(x)$ la funzione di Heaviside e $\chi_{[a,b]}(x)$ la funzione caratteristica relativa all'intervallo $[a, b]$.

Quesito 1b

Si consideri il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} u_t + u^3 u_x = 0 & x \in \mathbb{R},\ t > 0 \\ u(x,0) = g(x) & x \in \mathbb{R} \end{cases} \qquad \text{con} \quad g(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ -x & 0 \le x \le 1 \\ -1 & x > 1 \end{cases}$$

Si determinino le curve caratteristiche e si individui l'eventuale tempo di formazione dello schock, calcolandone la velocità.

Quesito 2b

Si trovi la soluzione del seguente problema al bordo (distribuzione stazionaria di temperatura in una lamina rettangolare)

$$\begin{cases} u_{xx}(x,y) + u_{yy}(x,y) = 0 & (x,y) \in [0,2L] \times [0,L] \\ u(x,0) = 0 & x \in [0,2L] \\ u(x,L) = 1 & x \in [0,2L] \\ u_x(0,y) = u_x(2L,y) = 0 & y \in [0,L] \end{cases}$$

essendo L una costante positiva.

Quesito 1c

La durata di un macchinario segue una legge esponenziale troncata di parametro $\lambda > 0$

$$T(t) = \begin{cases} ce^{-\lambda t} & 0 < t \le 1 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Si determini il valore di c e si trovino la media e la varianza di T.

Quesito 2c

Si ipotizza che esista per un dato materiale una relazione lineare tra pressione p e variazione di temperatuta ΔT

$$p = a\Delta T + b$$

Si effettuano delle misure ottenendo la tabella seguente

ΔT	0	1	1	2	3	4	4	5	5	5
p	1.01	2.0	2.5	2.4	2.8	2.7	3.0	3.3	3.2	3.7

Si stimino a e b, determinandone la statistica seguita. Si testi l'ipotesi che p sia una funzione crescente di ΔT.

Università degli Studi di Catania

L.S. IN ING. MECCANICA, GEOTECNICA, IDRAULICA, STRUTTURE E TRASPORTI

Prova scritta del corso di METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA e corso di METODI E MODELLI MATEMATICI PER LE APPLICAZIONI del 01/03/2011, a.a. 2010/2011

Prof. V. Romano

Quesito 1a

Si trovi per quali valori di α la funzione $u(x,y) = \alpha x^2 - y^2 + x$ rappresenta la parte reale di una funzione analitica e si determini poi quest'ultima.

Quesito 2a

Si scriva la serie di Fourier della ripetizione periodica

$$x_T(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(t - kT)$$

essendo T una costante reale positiva e

$$x(t) = \operatorname{sen}_+(3t + 2) + \operatorname{sen}(2t + 1)\,\delta(t).$$

Quesito 1b

Si determini l'integrale generale dell'equazione

$$y u_x(x,y) + x u_y(x,y) = -(x^2 + y^2)$$

e la soluzione del problema di Cauchy associato con dato iniziale $u(x,0) = \operatorname{sen} x^2$.

Quesito 2b

Si trovi la soluzione del problema al bordo

$$\begin{cases} u_{xx}(x,y) + u_{yy}(x,y) = 0 & (x,y) \in [0,2L] \times [0,L] \\ u(0,y) = 0, u(2L,y) = T_0 & y \in [0,L] \\ u_x(x,0) = u_x(x,L) = 0 & x \in [0,2L] \end{cases}$$

essendo L e T_0 due costanti reali positive.

Quesito 1c

In una confezione di 10 pezzi, 3 sono difettosi. Prendendo 3 pezzi consecutivamente senza rimpiazzo, qual è la probabilità che due di essi siano difettosi? Qual è la probabilità di prendere un pezzo difettoso alla seconda scelta?

Quesito 2c

Si consideri un campione di 100 batterie aventi una durata nominale di almeno 20 ore. Dall'analisi risulta una durata media campionaria di 21 ore. Supponendo nota la deviazione standard pari a 0.5 ore, si testi l'ipotesi che il valore nominale di durata venga rispettato ad un livello di significatività $\alpha = 0.05$.

Università degli Studi di Catania

L.S. IN ING. MECCANICA, GEOTECNICA, IDRAULICA, STRUTTURE E TRASPORTI

Prova scritta del corso di METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA e corso di METODI E MODELLI MATEMATICI PER LE APPLICAZIONI del 06/05/2011, a.a. 2010/2011

Prof. V. Romano

Quesito 1a

Si risolva per $t > 0$ l'equazione

$$y' + \int_0^t \tau \, y(t-\tau) \, d\tau = \delta(t) + \delta'(t)$$

Quesito 2a

Si scriva la serie di Fourier della ripetizione periodica

$$x_T(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(t - kT)$$

essendo T una costante reale positiva e

$$x(t) = \mathrm{sen}(3t + 2) \, \chi_{[0,\pi](t)}.$$

essendo $\chi_{[0,\pi](t)}$ la funzione caratteristica relativa all'intervallo $[0, \pi]$.

Quesito 1b

Si determini l'integrale generale dell'equazione

$$u_t(x,t) + xt \, u_x(x,t) = -(x^2 + 1) \, t$$

e la soluzione del problema di Cauchy associato con dato iniziale $u(x, 0) = -\frac{1}{2}x^2$.

Quesito 2b

Si trovi la soluzione del problema al bordo

$$\begin{cases} u_{xx}(x,y) + u_{yy}(x,y) = 0 & (x,y) \in [0, 2L] \times [0, L] \\ u(0,y) = 0, u(2L,y) = T_0 & y \in [0, L] \\ u_x(x,0) = u_x(x,L) = 0 & x \in [0, 2L] \end{cases}$$

essendo L e T_0 due costanti reali positive.

Quesito 1c

Una ditta controlla il livello di gas tossici di due impianti, occorrendo all'evenienza. Il numero giornaliero di interventi nell'impianto A segue una legge $B(2, \frac{1}{2})$. Il numero giornaliero di interventi nell'impianto B segue una legge $B(1, \frac{1}{3})$. Si calcoli la probabilità che in un giorno non ci sia alcun intervento da eseguire, la probabilità che in un giorno ce ne sia 1, la probabilità che in un giorno ce ne siano 2.

Quesito 2c

Un impianto si gusta nel tempo secondo una legge esponenziale di parametro $\lambda > 0$. Il sistema di monitoraggio rileva il guasto dopo un tempo di legge esponenziale di parametro $\mu > 0$. Qual è la legge del tempo di osservazione del guasto? Se ne determinino media e varianza.

Università degli Studi di Catania

L.S. IN ING. MECCANICA, GEOTECNICA, IDRAULICA, STRUTTURE E TRASPORTI

Prova scritta del corso di METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA e corso di METODI E MODELLI MATEMATICI PER LE APPLICAZIONI del 24/06/2011, a.a. 2010/2011

Prof. V. Romano

Quesito 1a

Si classifichino le singolarità finite della funzione

$$f(z) = \frac{1 - \mathrm{sen} 2z}{\left(z - \frac{\pi}{2}\right) z^2}$$

e si calcoli poi l'integrale $\oint_\Gamma f(z)\, d\, z$ ove Γ è la curva $|z| = 1$.

Quesito 2a

Si risolva per $t > 0$ il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + y = b(t) \\ y(0) = y'(0) = 0 \end{cases} \qquad \text{con} \quad b(t) = \begin{cases} t & 0 < t \le 1 \\ e^{-(t-1)} & t > 1 \end{cases}$$

Quesito 1b

Si determini l'integrale generale dell'equazione

$$x^2\, u_t(x,t) + t^2\, u_x(x,t) = -(t\, x^2 + x\, t^2)$$

e la soluzione del problema di Cauchy associato con dato iniziale $u(x, 0) = x^6 - \frac{1}{2}x^2$.

Quesito 2b

Si trovi per $t > 0$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} u_t(x,y) + u\, u_x(x,t) = 0 \\ u(x,0) = \begin{cases} -1 & x < 0 \\ 1 & x > 0 \end{cases} \end{cases}$$

Quesito 1c

In un giorno una ditta di manutenzione viene chiamata con probabilità $\frac{1}{3}$ dalla catena di produzione A e con probabilità $\frac{2}{3}$ dalla ditta B. La ditta serve giornalmente solo una ditta. Il numero di interventi nell'impianto A segue una legge $B(2, \frac{1}{2})$. Il numero giornaliero di interventi nell'impianto B segue una legge $B(2, \frac{1}{3})$. Si calcoli la probabilità che in un giorno non ci sia alcun intervento da eseguire, la probabilità che in un giorno ce ne sia 1, la probabilità che in un giorno ce ne siano 2. Qual è il numero medio di interventi?

Quesito 2c

Un impianto si guasta nel tempo secondo una legge uniforme in $[0, 2]$. Il sistema di monitoraggio rileva il guasto dopo un tempo di legge esponenziale di parametro $\mu > 0$. Qual è la legge del tempo di osservazione del guasto? Se ne determinino media e varianza.

Università degli Studi di Catania

L.S. IN ING. MECCANICA, GEOTECNICA, IDRAULICA, STRUTTURE E TRASPORTI

Prova scritta del corso di METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA e corso di METODI E MODELLI MATEMATICI PER LE APPLICAZIONI del 13/07/2011, a.a. 2010/2011

Prof. V. Romano

Quesito a

Si trovi per $t > 0$ la soluzione dell'equazione

$$y'(t) - \int_0^t y(t-\tau)\,\mathrm{sen}\tau \, d\tau = \delta(t) + \delta'(t)$$

Quesito b

Si determini la soluzione del seguente problema al bordo

$$\begin{aligned} u_{xx}(x,y) + u_{yy}(x,y) = 0 \quad (x,y) \in [0,2L] \times [0,L] \\ u(x,0) = T_1, \quad u(x,L) = T_2 > T_1 \quad x \in [0,2L] \\ u_x(0,y) = u_x(2L,y) = 0, \quad y \in]0,L[\end{aligned}$$

Quesito c

Il monitoraggio di polveri sottili in un centro abitato ha fornito, in opportune unità di misura, i dati in tabella

valore	2	4	3	4.5	3.5	5	2	3
frequenza	4	4	4	3	3	6	5	2

Si può asserire ad un livello di significatività α=0.05 che il valore ecceda quello di allarme fissato pari a 3? Cosa si può asserire ad un livello di significatività α=0.01?

Università degli Studi di Catania

L.S. IN ING. MECCANICA, GEOTECNICA, IDRAULICA, STRUTTURE E TRASPORTI

Prova scritta del corso di METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA e corso di METODI E MODELLI MATEMATICI PER LE APPLICAZIONI del 28/07/2011, a.a. 2010/2011

Prof. V. Romano

Quesito a

Si trovi per $t > 0$ la soluzione dell'equazione

$$y'(t) - \int_0^t y(\tau)\,\cos(t-\tau)\,d\tau = \delta(t) + \delta'(t)$$

Quesito b

Si determini la soluzione del seguente problema al bordo

$$\begin{aligned} u_{xx}(x,y) + u_{yy}(x,y) = 0 \quad (x,y) \in [0,2L] \times [0,L] \\ u(x,0) = T_1, \quad u(x,L) = T_2 > T_1 \quad x \in [0,2L] \\ u_y(0,y) = u_y(L,y) = 0, \quad y \in]0,L[\end{aligned}$$

Quesito c

Nella tabella seguente sono stati raccolti i dati relativi al numero di persone in lista di attesa presso un ente pubblico cui si rivolge un alto numero di utenti. Si determinino media e varianza empirica. Si adatti, poi, ai

persone in attesa	0	1	2	3	4	5	6
frequenza	2	3	3	2	1	0	1

dati una opportuna distribuzione teorica e, sulla base di quest'ultima, si calcoli la probabilità che ci siano meno di due persone in coda e la probabilità che ci siano più di 3 persone in coda.

Università degli Studi di Catania

L.S. IN ING. MECCANICA, GEOTECNICA, IDRAULICA, STRUTTURE E TRASPORTI

Prova scritta del corso di METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA e corso di METODI E MODELLI MATEMATICI PER LE APPLICAZIONI del 01/09/2011, a.a. 2010/2011

Prof. V. Romano

Quesito A

Si determini, con l'ausilio delle trasformate di Laplace, la soluzione del sistema di equazioni differenziali

$$\begin{cases} x''(t) - 4y'(t) + 3x(t) = 15\text{sen}2t \\ y''(t) + x'(t) + 3y(t) = 15e^{-t} \end{cases} \tag{1}$$

con le condizioni iniziali $x(0) = 27$, $x'(0) = -55$, $y(0) = 35$, $y'(0) = -48$.

Quesito B

Si risolva l'equazione di Poisson sul cerchio unitario Ω con condizioni al bordo omogenee

$$\nabla u(x,y) = f(x,y), \quad u_{/\partial\Omega} = 1, \quad u \quad \text{limitata}$$

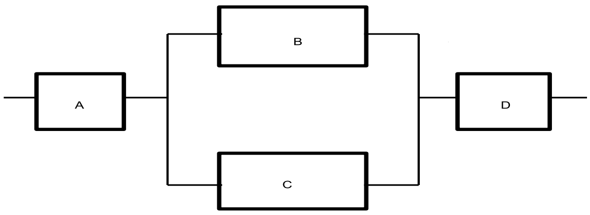
ove in coordinate polari (r,θ)

$$g(r,\theta) = f(r\cos\theta, r\text{sen}\theta) = r\,\text{sen}\,3\theta$$

[Si ricorda che in coordnate polari l'operatore laplaciano è dato da $\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial \theta^2}$].

Quesito C

Un dispositivo è costituito da quattro elementi disposti come da figura. La durata degli elementi A e D segue una legge uniforme in $[0,2]$. La durata degli elementi B e C segue una legge esponenziale di parametro $\lambda = 2$. Si determini la legge della durata del dispositivo.



Università degli Studi di Catania

L.S. IN ING. MECCANICA, GEOTECNICA, IDRAULICA, STRUTTURE E TRASPORTI

Prova scritta del corso di METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA e corso di METODI E MODELLI MATEMATICI PER LE APPLICAZIONI del 20/09/2011, a.a. 2010/2011

Prof. V. Romano

Quesito A

Si determini per $t > 0$ la soluzione dell'equazione differenziale

$$\begin{cases} y''(t) + h\, y'(t) + \omega^2 y(t) = \chi_{[0,\pi]}(t)\,\mathrm{sen}\, t \\ y(0) = y'(0) = 0 \end{cases}$$

essendo $\chi_{[a,b]}(t)$ la funzione caratteristica relativa all'intervallo $[a, b]$ e ω, h due costanti reali positive.

Quesito B

Si risolva l'equazione di Poisson sul cerchio unitario Ω con condizioni al bordo omogenee

$$\nabla u(x, y) = f(x, y), \quad u_{/\partial\Omega} = 1, \quad u \quad \text{limitata}$$

ove in coordinate polari (r, θ)

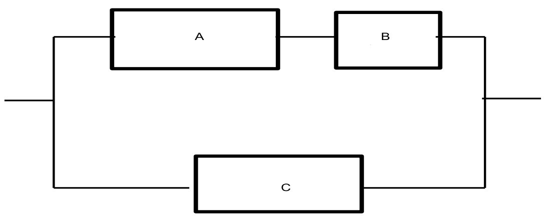
$$g(r, \theta) = f(r\cos\theta, r\,\mathrm{sen}\theta) = 2r\,\mathrm{sen}\,\theta\,\cos\,\theta$$

[Si ricorda che in coordnate polari l'operatore laplaciano è dato da $\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial\theta^2}$].

Quesito C

Un congegno idraulico è costituito da tre valvole collegate come da figura. Le probabilità che le valvole A, B, C si guastino è rispettivamente pari a 1/4, 1/5, 1/2. Il congegno è funzionante se funziona almeno la coppia di valvole A, B o la valvola C. Si calcoli la probabilità che il congegno si guasti.

Se si esamimano sette congegni del tipo sopra indicato, qual è la probabilità di trovarne più di tre guasti? Se si esamina un lotto di n congegni con $n \gg 1$ e i primi nove risultano funzionanti, qual è la probabilità che il dodicesimo sia il primo ad essere trovato guasto?



Università degli Studi di Catania

L.S. IN ING. MECCANICA, GEOTECNICA, IDRAULICA, STRUTTURE E TRASPORTI

Prova scritta del corso di METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA e corso di METODI E MODELLI MATEMATICI PER LE APPLICAZIONI del 09/12/2011, a.a. 2011/2012

Prof. V. Romano

Quesito A

Si determinino studino le singolarità finite della funzione

$$f(z) = \frac{z - \dfrac{\pi}{4}}{(1 - 2\,\mathrm{sen} z \cos z)}$$

Si scriva poi la serie di Laurent di centro $z = \frac{\pi}{4}$ e si calcoli

$$\oint_\Gamma f(z)\, d\, z$$

ove Γ è la curva $\Gamma = \{z \in \mathbb{C} : |z| = \pi\}$, orientata in senso antiorario.

Quesito B

Si consideri l'equazione non omogenea del calore

$$\begin{cases} u_t - u_{xx} = x & x \in [0, L], \quad t > 0 \\ u(x, 0) = T_0 & x \in]0, L[\\ u(0, t) = T_0, & u(L, t) = T_1, \quad t > 0 \end{cases}$$

con $0 < T_0 < T_1$.

Si trovi prima la soluzione stazionaria e si determini poi la soluzione transiente.

Quesito C

Un esame di ammissione prevede due selezioni consecutive. Sia nella prima che nella seconda selezione bisogna superare un test a risposta multipla con cinque domande e quatto risposte per domanda. Si supera la prima prova se si danno almeno tre risposte esatte. Coloro che hanno superato la prima selezione sono ammessi alla seconda che si svolge con le medesime modalità della prima.

Si supponga di rispondere a caso. Qual è la probabilità di essere ammesso? Se si ripete dieci volte l'esame di ammissione, qual è la probabilità di passarlo due volte? Sapendo di non averlo superato per cinque volte, qual è la probabilità di superarlo per la prima volta all'ottavo tentativo?

Università degli Studi di Catania

L.S. IN ING. MECCANICA, GEOTECNICA, IDRAULICA, STRUTTURE E TRASPORTI

Prova scritta del corso di METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA e corso di METODI E MODELLI MATEMATICI PER LE APPLICAZIONI del 02/02/2012, a.a. 2011/2012

Prof. V. Romano

Quesito A

Si risolva per $t > 0$ il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + y' + y = \chi_[0, \pi](t) \operatorname{sen} t \\ y(0) = y'(0) = 0 \end{cases}$$

essendo $\chi_[0, \pi](t)$ la funzione caratteristica relativa all'intervallo $[0, \pi]$.

Quesito B

Si risolva il seguente problema ai valori iniziali (vibrazioni di una corda con smorzamento)

$$\begin{cases} u_{tt} + \lambda u_t - c^2 u_{xx} = 0 & x \in]0,1[, \quad t > 0 \\ u(x,0) = g(x) & x \in [0,1] \\ u_t(x,0) = 0 & x \in [0,1] \\ u(0,t) = u(1,t) = 0 & t > 0 \end{cases}$$

dove c e λ sono due costanti reali positive, con $\lambda < 4\pi^2 c^2$, e $g(x) = \operatorname{sen} \pi x + 2 \operatorname{sen} 3\,\pi x$.

Quesito C

Due centri di produzione di una medesima società hanno il numero di dipendenti riportato in tabella.

centro	A	B
numero impiegati	40	60
pezzi prodotti	29	31

Sulla base dei pezzi prodotti forniti dalla tabella, si può asserire ad un livello di significatività $\alpha = 0.05$ che il centro di produzione A è più produttivo di quello B? Cosa si può asserire ad un livello di significatività $\alpha = 0.01$?

Università degli Studi di Catania

L.S. IN ING. MECCANICA, GEOTECNICA, IDRAULICA, STRUTTURE E TRASPORTI

Prova scritta del corso di METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA e corso di METODI E MODELLI MATEMATICI PER LE APPLICAZIONI del 23/02/2012, a.a. 2011/2012

Prof. V. Romano

Quesito A

Si risolva per $t > 0$ il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + y' + y = \chi_[0, \pi](t)\ \mathrm{sen}\, t + H(t-1)\, e^{-(t-1)} \\ y(0) = y'(0) = 0 \end{cases}$$

essendo $\chi_[0, \pi](t)$ la funzione caratteristica relativa all'intervallo $[0, \pi]$ e $H(t)$ la funzione di Heaviside.

Quesito B

Si risolva il seguente problema ai valori iniziali (vibrazioni di una corda pizzicata al centro con smorzamento)

$$\begin{cases} u_{tt} + \lambda u_t - c^2 u_{xx} = 0 & x \in]0, 1[, \quad t > 0 \\ u(x, 0) = g(x) & x \in [0, 1] \\ u_t(x, 0) = 0 & x \in [0, 1] \\ u(0, t) = u(1, t) = 0 & t > 0 \end{cases}$$

dove c e λ sono due costanti reali positive, con $\lambda^2 < 4\pi^2 c^2$, e

$$g(x) = \begin{cases} x & 0 \leq x \leq 1/2 \\ 1 - x & 1/2 < x \leq 1 \end{cases}$$

Quesito C

Un'urna contiene 3 palline bianche e un numero di palline rosse che segue una legge B(2,1/2). Si estraggono due palline a caso senza reimbussolamento. Qual è la probabilità che nessuna pallina estratta sia rossa? Qual è la probabilità che una sola pallina estratta sia rossa? Qual è il valore atteso di palline rosse estratte?

Università degli Studi di Catania

L.S. IN ING. MECCANICA, GEOTECNICA, IDRAULICA, STRUTTURE E TRASPORTI

Prova scritta del corso di METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA e corso di METODI E MODELLI MATEMATICI PER LE APPLICAZIONI del 27/04/2012, a.a. 2011/2012

Prof. V. Romano

Quesito A

Si calcoli la trasformata di Fourier di

$$f(x) = \frac{x\,\mathrm{sen}x}{(x^2+4)^2} + \cos x$$

Quesito B

Si determini in ambito distribuzionale la soluzione dell'equazione

$$u_t(x,t) - D\,u_{xx}(x,t) = \delta(x)\,\delta(t)$$

dove D è una costante positiva e δ è la delta di Dirac. [1]

Quesito C

La quota d'acqua in una diga è descritta da una variabile aleatoria continua H che ha, in opportune unità di misura, la seguente funzione di ripartizione

$$F_H(x) = \begin{cases} 0 & x \le 0 \\ \alpha - e^{-x} & 0 < x < 1 \\ \alpha - \dfrac{1}{e} + m(x-1) & 1 \le x \le 2 \\ c & x > 2 \end{cases}$$

Dopo aver individuato il valore delle costanti α, m e c, si calcolino, se esistono, il valore medio e la varianza e si determinino i quartili. Qual è la probabilità che H superi il livello di guardia $x_G = 1.5$?

---

[1] Suggerimento: si trasformi prima rispetto a x secondo Fourier e poi rispetto a t secondo Laplace

Università degli Studi di Catania

L.S. IN ING. MECCANICA, GEOTECNICA, IDRAULICA, STRUTTURE E TRASPORTI

Prova scritta del corso di METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA e corso di METODI E MODELLI MATEMATICI PER LE APPLICAZIONI del 21/06/2012, a.a. 2011/2012

Prof. V. Romano

Quesito A

Si studino le singolarità della funzione

$$f(z) = \frac{z - \sqrt{\pi}}{\text{sen} z^2}$$

e si determini la parte principale dello sviluppo in serie di Laurent di centro $z = 0$. Si calcoli poi

$$\oint_\Gamma f(z)\, dz$$

ove $\Gamma = \left\{ z \in \mathbb{C} : |z - \sqrt{\pi}| = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \right\}$.

Quesito B

Si consideri l'equazione non omogenea del calore

$$\begin{cases} u_t - u_{xx} = x^2 & x \in [0, L], \quad t > 0 \\ u(x, 0) = 0 & x \in]0, L[\\ u(0, t) = 0, & u(L, t) = 0, \quad t > 0 \end{cases}$$

Si trovi prima la soluzione stazionaria e si determini poi la soluzione transiente.

Quesito C

Una materia è divisa in 6 capitoli di cui ne vengono chiesti 3 in sede di esame. Uno studente decide di studiare solo 3 capitoli. Supponendo che lo studente risponda positivamente alle domande sui capitoli cha ha studiato e negativamente sugli altri, qual è la probabilità che superi l'esame? Noto che lo studente non ha superato l'esame ai primi due tentativi, qual è la probabilità che lo superi per la prima volta al quarto tentativo?

Università degli Studi di Catania

L.S. IN ING. MECCANICA, GEOTECNICA, IDRAULICA, STRUTTURE E TRASPORTI

Prova scritta del corso di METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA e corso di METODI E MODELLI MATEMATICI PER LE APPLICAZIONI del 04/07/2012, a.a. 2011/2012

Prof. V. Romano

Quesito A

Si studino le singolarità della funzione $f(z) = \dfrac{z^2+1}{z^2(z-1)}$ e si determini la parte principale dello sviluppo in serie di Laurent di centro $z = 0$. Si calcoli poi $\oint_\Gamma f(z)\,dz$ ove $\Gamma = \left\{z \in \mathbb{C} : |z - \frac{1}{2}| = 1\right\}$.

Quesito B

Si consideri l'equazione non omogenea del calore

$$\begin{cases} u_t - u_{xx} = x^2 & x \in [0, L], \quad t > 0 \\ u(x,0) = 0 & x \in]0, L[\\ u(0,t) = 0, & u(L,t) = 0, \quad t > 0 \end{cases}$$

Si trovi prima la soluzione stazionaria e si determini poi la soluzione transiente.

Quesito C

Un pronto soccorso possiede tre autoambulanze. Il numero medio di richeste orarie è di 2.5. Qual è la probabilità che non si possa fornire il servizio nel senso che si hanno più di tre emergenze orarie?

Supponiamo che in un secondo pronto soccorso il numero medio di richieste orarie sia di 1.5. Qual è la probabilità che complessivamente ai due centri arrivino più di tre richieste orarie?

Università degli Studi di Catania

L.S. IN ING. MECCANICA, GEOTECNICA, IDRAULICA, STRUTTURE E TRASPORTI

Prova scritta del corso di METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA e corso di METODI E MODELLI MATEMATICI PER LE APPLICAZIONI del 19/07/2012, a.a. 2011/2012

Prof. V. Romano

Quesito A

Si risolva per $t > 0$ la seguente equazione descrivente l'evoluzione di un circuito RLC

$$\left\{ \begin{array}{l} \dfrac{d^2Q}{dt^2} + 2\,\omega_0 \dfrac{dQ}{dt} + \omega_0^2\, Q = \delta(t) + \delta(t-1) \\ \end{array} \right.$$

ove $\omega_0 > 0$ rappresenta la costante di smorzamento e $\delta(t)$ è la delta di Dirac.

Quesito B

Si consideri l'equazione non omogenea del calore

$$\left\{ \begin{array}{ll} u_t - u_{xx} = \text{sen}\dfrac{\pi\, x}{L} & x \in [0, L], \quad t > 0 \\ u(x,0) = 0 & x \in]0, L[\\ u(0,t) = 0, & u(L,t) = 0, \quad t > 0 \end{array} \right.$$

Si trovi prima la soluzione stazionaria e si determini poi la soluzione transiente.

Quesito C

Un test a risposta multipla prevede dieci domande con quattro risposte per ciascuna domanda. Viene assegnato un punto per ogni risposta esatta e viene detratto un quarto di punto per ogni risposta sbagliata. Le risposte non date si considerano sbagliate. Supponendo di rispondere a caso, si risolvano i seguenti quesiti:

1. Qual è la probabilità di rispondere esattamente a otto domande?
2. Qual è la probabilità di ottenere il punteggio di 7.5?
3. Qual è il punteggio atteso?

Università degli Studi di Catania

L.S. IN ING. MECCANICA, GEOTECNICA, IDRAULICA, STRUTTURE E TRASPORTI

Prova scritta del corso di METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA e corso di METODI E MODELLI MATEMATICI PER LE APPLICAZIONI del 06/09/2012, a.a. 2011/2012

Prof. V. Romano

Quesito A

Si studino le singolarità e si determini la parte principale dello sviluppo in serie di Laurent di centro $z = 0$ della funzione $f(z) = \frac{1}{z}\text{sen}\frac{1}{z} + \frac{1}{z-1}$. Si calcoli poi $\oint_\Gamma f(z)\,dz$ ove Γ è il bordo del rettangolo di vertici i punti $z_1 = -1 - i$, $z_2 = 2 - i$, $z_3 = 2 + i$, $z_4 = -1 + i$.

Quesito B

Si trovi la soluzione del seguente problema al bordo e ai valori iniziali per l'equazione del calore

$$\begin{cases} u_t - u_{xx} = 0 & t > 0 \\ u(x,0) = \text{sen}\dfrac{\pi x}{2L} & x \in]0, L[\\ u(0,t) = 0, & u_x(L,t) = 0, \quad t > 0 \end{cases}$$

Quesito C

In una catena di produzione si raggiungono temperature descritte (in opportune unità) dalla variabile aleatoria T_1 di legge $N(8,1)$. L'impianto non opera se $T_1 < 6$ ed entra in allarme se $T_1 > 10$. Si determinino le probabilità che si verifichino questi due eventi.

Se l'impianto viene potenziato in modo che la temperatura sia data da $T = T_1 + T_2$ con $T_2 \sim N(1,1)$, si ricalcolino le precedenti probabilità, assumendo T_1 e T_2 indipendenti.

Università degli Studi di Catania

L.S. IN ING. MECCANICA, GEOTECNICA, IDRAULICA, STRUTTURE E TRASPORTI

Prova scritta del corso di METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA e corso di METODI E MODELLI MATEMATICI PER LE APPLICAZIONI del 26/09/2012, a.a. 2011/2012

Prof. V. Romano

Quesito A

Si studino le singolarità e si determini la parte principale dello sviluppo in serie di Laurent di centro $z = 0$ della funzione $f(z) = \dfrac{1}{z}\cos\dfrac{1}{z} + \dfrac{1}{z^2-1}$. Si calcoli poi $\oint_\Gamma f(z)\,dz$ ove Γ è il bordo del rettangolo di vertici i punti $z_1 = -2 - i$, $z_2 = 2 - i$, $z_3 = 2 + i$, $z_4 = -2 + i$.

Quesito B

Si trovi la soluzione del seguente problema al bordo e ai valori iniziali per l'equazione del calore

$$\begin{cases} u_t - u_{xx} = 0 & t > 0 \\ u(x,0) = \cos\dfrac{3\pi x}{2L} & x \in]0, L[\\ u_x(0,t) = 0, & u(L,t) = 0, \quad t > 0 \end{cases}$$

Quesito C

Un monitoraggio sulla densità di polveri sottili nell'arco di sei anni ha condotto ai valori, in opportune unità di misura, riportati nella tabella sotto:

anno	1	2	3	4	5	6
densità	0.6	0.7	0.5	0.4	0.6	0.45

Si scriva la retta di regressione lineare e si testi l'ipotesi che il valore di polveri sottili sia sostanzialmente costante negli anni ad un livello di significatività $\alpha = 0.05$ e $\alpha = 0.01$.

Università degli Studi di Catania

L.S. IN ING. MECCANICA, GEOTECNICA, IDRAULICA, STRUTTURE E TRASPORTI

Prova scritta del corso di METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA e corso di METODI E MODELLI MATEMATICI PER LE APPLICAZIONI del 12/12/2012, a.a. 2011/2012

Prof. V. Romano

Quesito A

Tramite le trasformate di Laplace, si risolva per $t > 0$ la seguente equazione integrale

$$\int_0^t y(\tau)y(t-\tau)\,d\tau + \frac{1}{2}\int_0^t y(\tau)\,d\tau + tH(t) = \delta(t),$$

ove δ è la delta di Dirac e $H(t)$ la funzione di Heaviside.

Quesito B

Si trovi la soluzione del seguente problema al bordo e ai valori iniziali per l'equazione del calore

$$\begin{cases} u_t - u_{xx} = 0 & t > 0 \\ u(x,0) = \cos\dfrac{3\pi x}{2L} & x \in]0, L[\\ u_x(0,t) = 0, & u(L,t) = 0, \quad t > 0 \end{cases}$$

Quesito C

Una commissione di tre membri viene sorteggiata da una rosa di dieci nominativi. Qual è la probabilità che uno dei nominativi entri a far parte della commissione? Ripetendo il sorteggio tre volte, qual è la probabilità che una stessa persona venga scelta due volte? Sapendo che uno specifico nominativo non è stato estratto nei primi due sorteggi, qual è la probabilità che venga sorteggiato al quinto tentativo?

Università degli Studi di Catania

L.S. IN ING. MECCANICA, GEOTECNICA, IDRAULICA, STRUTTURE E TRASPORTI

Prova scritta del corso di METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA e corso di METODI E MODELLI MATEMATICI PER LE APPLICAZIONI del 07/02/2013, a.a. 2012/2013

Prof. V. Romano

Quesito A

Si risolva per $t > 0$ il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'''(t) + y(t) = \chi_{[0,1]} \operatorname{sen} t \\ y(0) = y'(0) = y''(0) = 0 \end{cases}$$

ove $\chi_{[a,b]}$ è la funzione caratteristica relativa all'intervallo $[a, b]$.

Quesito B

Si trovi l'integrale generale dell'equazione

$$xu_t - tu_x = xu$$

e si trovi poi la soluzione del relativo problema di Cauchy con dato iniziale

$$u(x, 0) = x^2 + 1$$

.

Quesito C

Per determinare una password di 3 caratteri si hanno a disposizione le lettere A, B, C, D. Provando a caso con tali lettere, qual è la probabilità di indovinare la password in un singolo tentativo? Qual è tale probabilità se le lettere devono essere distinte? Qual è tale probabilità se le lettere devono essere distinte e non conta l'ordine?

Università degli Studi di Catania

L.S. IN ING. MECCANICA, GEOTECNICA, IDRAULICA, STRUTTURE E TRASPORTI

Prova scritta del corso di METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA e corso di METODI E MODELLI MATEMATICI PER LE APPLICAZIONI del 25/02/2013, a.a. 2012/2013

Prof. V. Romano

Quesito A

Si risolva per $t > 0$ il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'''(t) + y(t) = \chi_{[0,1]} \cos^2 t \\ y(0) = y'(0) = y''(0) = 0 \end{cases}$$

ove $\chi_{[a,b]}$ è la funzione caratteristica relativa all'intervallo $[a, b]$.

Quesito B

Si trovi l'integrale generale dell'equazione

$$xu_t - tu_x = -tu$$

e si trovi poi la soluzione del relativo problema di Cauchy con dato iniziale

$$u(x, 1) = e^{x^2}$$

.

Quesito C

Per determinare una password di 3 caratteri si hanno a disposizione le lettere A, B, C, D, E. Provando a caso con tali lettere, qual è la probabilità di indovinare la password in un singolo tentativo? Qual è tale probabilità se si sa che una delle lettere che figurano nella password è la A? Qual è tale probabilità se si sa che nella password figurano sia la A che la B?