

Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Industriale, a.a. 2011/2012
Prova in itinere di Fisica-Matematica del 2 maggio 2012
Prof. V. Romano

Quesito 1

Si studino le singolarità della funzione

$$f(z) = \frac{z - \sqrt{\pi}}{\operatorname{sen} z^2}$$

e si determini la parte principale dello sviluppo in serie di Laurent di centro $z = 0$. Si calcoli poi

$$\oint_{\Gamma} f(z) dz$$

ove $\Gamma = \left\{ z \in \mathbb{C} : |z - \sqrt{\pi}| = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \right\}$.

Quesito 2

Si risolva per $t > 0$ il seguente problema di Cauchy descrivente l'evoluzione di un circuito RLC

$$\begin{cases} \frac{d^2 Q}{dt^2} + 2\alpha\omega_0 \frac{dQ}{dt} + \omega_0^2 Q = \operatorname{sen} t \chi_{[0,2]}(t) \\ Q(0) = \frac{dQ}{dt}(0) = 0 \end{cases}$$

ove $\chi_{[a,b]}(t)$ è la funzione caratteristica relativa all'intervallo $[a, b]$ mentre α e ω_0 sono costanti positive, rappresentanti la costante di smorzamento e la pulsazione di risonanza, tali che $\alpha^2 - 1 \geq 0$.

Quesito 3

Si calcoli nell'opportuno ambito la trasformata di Fourier della funzione

$$g(t) = \frac{t^4}{2t^2 + 1} + |\operatorname{sen} t \cos t|.$$

Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Industriale, a.a. 2011/2012
Prova scritta di Fisica-Matematica del 21 giugno 2012

Prof. V. Romano

PARTE A

Quesito 1

Si studino le singolarità della funzione $f(z) = \frac{z}{\operatorname{sen} z^2}$ e si determini la parte principale dello sviluppo in serie di Laurent di centro $z = 0$. Si calcoli poi $\oint_{\Gamma} f(z) dz$ ove $\Gamma = \left\{ z \in \mathbb{C} : |z + \sqrt{\pi}| = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \right\}$.

Quesito 2

Si risolva per $t > 0$ il seguente problema di Cauchy descrivente l'evoluzione di un circuito RLC

$$\begin{cases} \frac{d^2 Q}{dt^2} + 2\alpha\omega_0 \frac{dQ}{dt} + \omega_0^2 Q = \operatorname{sent} \chi_{[0,2]}(t) \\ Q(0) = \frac{dQ}{dt}(0) = 0 \end{cases}$$

ove $\chi_{[a,b]}(t)$ è la funzione caratteristica relativa all'intervallo $[a, b]$ mentre α e ω_0 sono costanti positive, rappresentanti la costante di smorzamento e la pulsazione di risonanza, sotto la condizione $\alpha^2 - 1 < 0$.

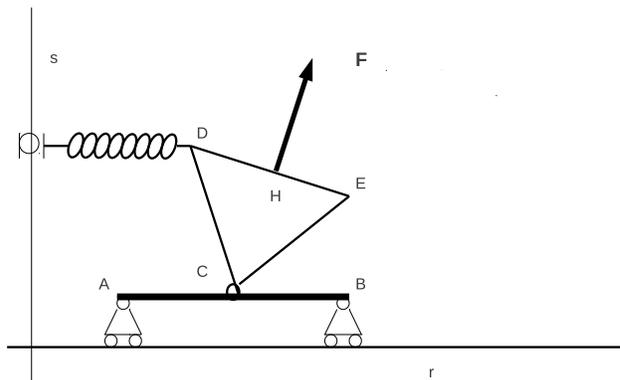
Quesito 3

Si calcoli nell'opportuno ambito la trasformata di Fourier della funzione $g(t) = \frac{t^2 \operatorname{sent}}{2t^2 + 1}$.

PARTE B

Un sistema materiale vincolato a muoversi su di un piano verticale è costituito da un'asta AB omogenea di lunghezza $2L$ e massa m e da una lamina omogenea a forma di triangolo equilatero di lato L e massa M . L'asta è vincolata ad una guida orizzontale r tramite due carrelli con cerniera posti in A e B . La lamina è vincolata all'asta nel vertice C tramite una cerniera interna posta sul punto medio di AB .

Sul vertice D agisce una forza $-k(D - \bar{D})$ con k costante positiva e \bar{D} proiezione ortogonale di D su un asse fisso verticale s appartenente al piano del sistema. Una forza \mathbf{F} di modulo costante è applicata nel punto medio H del lato DE mantenendosi ortogonale a quest'ultimo, come da figura.



Supponendo ideali i vincoli, si determinino le configurazioni di equilibrio e le reazioni vincolari, sia interne che esterne, in una delle configurazioni di equilibrio. Si scrivano poi le equazioni di moto.

Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Industriale, a.a. 2011/2012
Prova scritta di Fisica-Matematica del 7 luglio 2012

Prof. V. Romano

PARTE A

Quesito 1

Si studino le singolarità della funzione $f(z) = \frac{z^2 + 1}{z^2(z - 1)}$ e si determini la parte principale dello sviluppo in serie di Laurent di centro $z = 0$. Si calcoli poi $\oint_{\Gamma} f(z) dz$ ove $\Gamma = \{z \in \mathbb{C} : |z - \frac{1}{2}| = 1\}$.

Quesito 2

Si risolva per $t > 0$ la seguente equazione integro-differenziale

$$y'(t) + \int_0^t y(\tau) d\tau = \delta(t) + \delta'(t)$$

ove $\delta(t)$ è la delta di Dirac.

Quesito 3

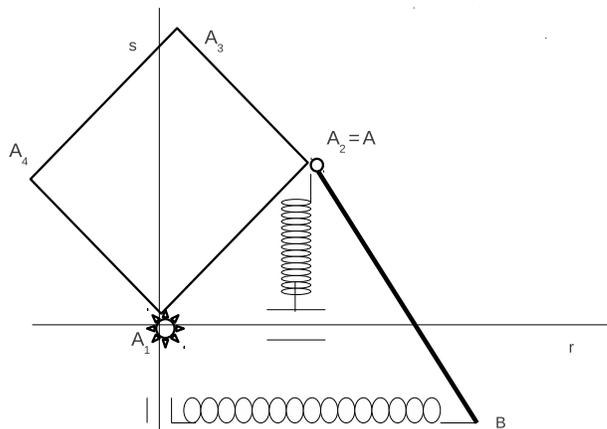
Si calcoli nell'opportuno ambito la trasformata di Fourier della funzione $g(t) = \frac{t^3}{t^2 + 1}$.

PARTE B

Un sistema materiale, vincolato a muoversi su di un piano verticale, è costituito da una lamina omogenea quadrata di lato L e massa M e da un'asta AB omogenea di lunghezza $2L$ e massa m . Il vertice A_1 della lamina è vincolato tramite una cerniera fissa. L'estremo A dell'asta è vincolato al vertice A_2 della lamina mediante una cerniera interna.

Sul vertice A_2 agisce la forza $-k(A_2 - \bar{A}_2)$ con k costante positiva e \bar{A}_2 proiezione ortogonale di A_2 su un asse fisso orizzontale r appartenente al piano del sistema e passante per A_1 . Sull'estremo B dell'asta agisce la forza $-k(B - \bar{B})$ con \bar{B} proiezione ortogonale di B su un asse fisso verticale s appartenente al piano del sistema e passante per A_1 .

Supponendo ideali i vincoli e che $mg = 2kL$, si determini la relazione tra i parametri affinché esistano configurazioni di equilibrio con il lato A_1A_2 verticale. Si trovino poi le reazioni vincolari, sia interne che esterne, in una di tali configurazioni di equilibrio e si scrivano le equazioni di moto.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Industriale, a.a. 2011/2012
Prova scritta di Fisica-Matematica del 19 luglio 2012

Prof. V. Romano

PARTE A

Quesito 1

Si studino le singolarità e si determini la parte principale dello sviluppo in serie di Laurent di centro $z = 0$ della funzione $f(z) = \frac{1}{z} \cos \frac{1}{z}$.

Si calcoli poi $\oint_{\Gamma} \left(f(z) + \frac{1}{1+z^2} \right) dz$ ove $\Gamma = \{z \in \mathbb{C} : |z - i| = \frac{3}{2}\}$.

Quesito 2

Si risolva per $t > 0$ la seguente equazione descrivente l'evoluzione della carica Q un circuito RLC

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2 Q}{dt^2} + 2\omega_0 \frac{dQ}{dt} + \omega_0^2 Q = \delta(t) + \delta(t - 1) \end{array} \right.$$

ove $\omega_0 > 0$ rappresenta la costante di smorzamento e $\delta(t)$ è la delta di Dirac.

Quesito 3

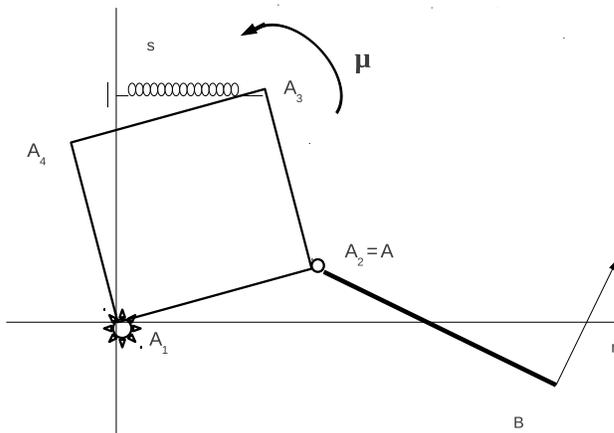
Si calcoli nell'opportuno ambito la trasformata di Fourier della funzione $g(t) = (\sin t + t) e^{-t^2}$.

PARTE B

Un sistema materiale, vincolato a muoversi su di un piano verticale, è costituito da una lamina omogenea quadrata di lato L e massa M e da un'asta AB omogenea di lunghezza $2L$ e massa m . Il vertice A_1 della lamina è vincolato tramite una cerniera fissa. L'estremo A dell'asta è vincolato al vertice A_2 della lamina mediante una cerniera interna.

Sul vertice A_3 agisce la forza $-k(A_3 - \bar{A}_3)$ con k costante positiva e \bar{A}_3 proiezione ortogonale di A_3 su un asse fisso verticale s appartenente al piano del sistema e passante per A_1 . Sull'estremo B dell'asta agisce la forza \mathbf{F} di modulo costante e ortogonale all'asta AB . Sulla lamina agisce inoltre una coppia avente momento di modulo costante μ come da figura.

Supponendo ideali i vincoli e che $mg = 4F$, si determini la relazione tra i parametri affinché esistano configurazioni di equilibrio con il lato A_1A_2 orizzontale. Si trovino poi le reazioni vincolari, sia interne che esterne, in una di tali configurazioni di equilibrio e si scrivano le equazioni di moto.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Industriale, a.a. 2011/2012
Prova scritta di Fisica-Matematica del 6 settembre 2012

Prof. V. Romano

PARTE A

Quesito 1

Si studino le singolarità e si determini la parte principale dello sviluppo in serie di Laurent di centro $z = 0$ della funzione $f(z) = \frac{1}{z} \operatorname{sen} \frac{1}{z} + \frac{1}{z-1}$. Si calcoli poi $\oint_{\Gamma} f(z) dz$ ove Γ è il bordo del rettangolo di vertici i punti $z_1 = -1 - i$, $z_2 = 2 - i$, $z_3 = 2 + i$, $z_4 = -1 + i$.

Quesito 2

Tramite le trasformate di Laplace, si risolva per $t > 0$ la seguente equazione descrivente un moto armonico forzato

$$\begin{cases} y'' + \omega^2 y = b(t) \\ y(0) = y'(0) = 0 \end{cases} \quad \text{ove} \quad b(t) = \begin{cases} t & \text{se } t \in [0, 1[\\ 2 - t & \text{se } t \in [1, 2[\\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

essendo ω una costante positiva.

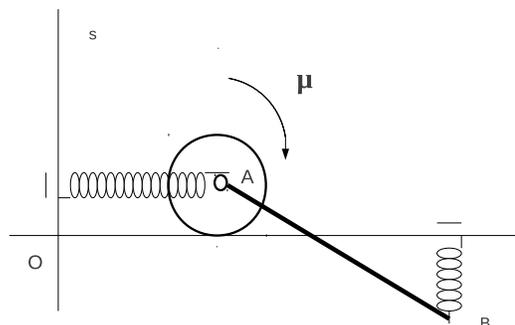
Quesito 3

Si calcoli nell'opportuno ambito la trasformata di Fourier della funzione $g(t) = \frac{\operatorname{sen}^2 t}{1+t^2} + \frac{\operatorname{sen}^2 t}{t}$.

PARTE B

Un sistema materiale, vincolato a muoversi su di un piano verticale, è costituito da un disco omogeneo di raggio R e massa m e da un'asta AB omogenea di lunghezza L e massa M . L'estremo A della lamina è vincolato tramite una cerniera interna con il centro del disco che rotola senza strisciare lungo una guida orizzontale r . Sul nodo A agisce la forza $-k(A - \bar{A})$ con k costante positiva e \bar{A} proiezione ortogonale di A su un asse fisso verticale s appartenente al piano del sistema e passante per il punto O di r . Sull'estremo B dell'asta agisce la forza $-k(B - \bar{B})$, \bar{B} proiezione ortogonale di B su r . Sul disco agisce, inoltre, una coppia avente momento di modulo costante μ come da figura.

Supponendo ideali i vincoli, si trovino le eventuali configurazioni di equilibrio. Si trovino poi le reazioni vincolari, sia interne che esterne, in una di tali configurazioni di equilibrio e si scriva la lagrangiana del sistema.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Industriale, a.a. 2011/2012
Prova scritta di Fisica-Matematica del 26 settembre 2012

Prof. V. Romano

PARTE A

Quesito 1

Si studino le singolarità e si determini la parte principale dello sviluppo in serie di Laurent di centro $z = 0$ della funzione $f(z) = \frac{1}{z} \cos \frac{1}{z} + \frac{1}{z^2 - 1}$. Si calcoli poi $\oint_{\Gamma} f(z) dz$ ove Γ è il bordo del rettangolo di vertici i punti $z_1 = -2 - i$, $z_2 = 2 - i$, $z_3 = 2 + i$, $z_4 = -2 + i$.

Quesito 2

Tramite le trasformate di Laplace, si risolva per $t > 0$ la seguente equazione

$$\begin{cases} y'' + y' + y = b(t) \\ y(0) = y'(0) = 0 \end{cases} \quad \text{ove} \quad b(t) = \begin{cases} t & \text{se } t \in [0, 1[\\ 2 - t & \text{se } t \in [1, 2[\\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

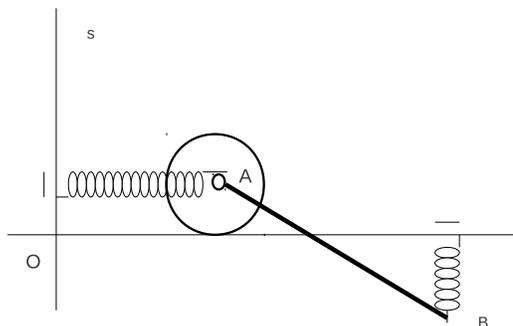
Quesito 3

Si calcoli nell'opportuno ambito la trasformata di Fourier della funzione $g(t) = \frac{\cos^2 t}{1 + t^2} + \frac{\cos^2 t}{t}$.

PARTE B

Un sistema materiale, vincolato a muoversi su di un piano verticale, è costituito da un disco omogeneo di raggio R e massa m e da un'asta AB omogenea di lunghezza L e massa M . L'estremo A della lamina è vincolato tramite una cerniera interna con il centro del disco che rotola senza strisciare lungo una guida orizzontale r . Il sistema è posto in rotazione attorno all'asse s con velocità angolare ω costante. Sul nodo A agisce la forza $-k(A - \bar{A})$ con k costante positiva e \bar{A} proiezione ortogonale di A su un asse fisso verticale s appartenente al piano del sistema e passante per il punto O di r . Sull'estremo B dell'asta agisce la forza $-k(B - \bar{B})$, \bar{B} proiezione ortogonale di B su r .

Supponendo ideali i vincoli e che $k = m\omega^2$, si determinino le eventuali configurazioni di equilibrio, si trovino le reazioni vincolari, sia interne che esterne, in una di tali configurazioni di equilibrio e si scriva la lagrangiana del sistema.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Industriale, a.a. 2011/2012
Prova scritta di Fisica-Matematica del 14 dicembre 2012

Prof. V. Romano

PARTE A

Quesito 1

Si studino le singolarità e si determini la parte principale dello sviluppo in serie di Laurent di centro $z = 0$ della funzione $f(z) = \frac{z}{(z - \operatorname{sen} z)(z + 1)}$. Si calcoli poi $\oint_{\Gamma} f(z) dz$ ove Γ è il bordo del rettangolo di vertici i punti $z_1 = -2 - i$, $z_2 = 2 - i$, $z_3 = 2 + i$, $z_4 = -2 + i$.

Quesito 2

Tramite le trasformate di Laplace, si risolva per $t > 0$ la seguente equazione integrale

$$\int_0^t y(\tau)y(t - \tau) d\tau + 2 \int_0^t y(\tau) d\tau + tH(t) = \delta(t) + 2\delta'(t) + \delta''(t),$$

ove δ è la delta di Dirac e $H(t)$ la funzione di Heaviside.

Quesito 3

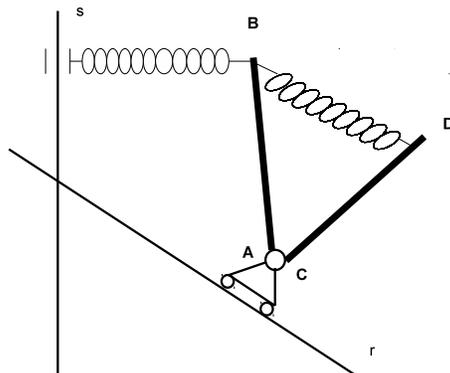
Si calcoli nell'opportuno ambito la trasformata di Fourier della funzione $g(t) = \frac{t^5 + 4t^3 + 2t}{(2 + t^2)^2}$.

PARTE B

Un sistema materiale, vincolato a muoversi su di un piano verticale, è costituito da due aste omogenee uguali di lunghezza L e massa M , vincolate ad un carrello con cerniera, che scorre lungo una guida r la quale forma un angolo di $\pi/4$ con una retta verticale s , come da figura.

Sull'estremo B dell'asta AB agisce la forza $-k(B - \bar{B})$, con \bar{B} proiezione ortogonale di B su s e k una costante positiva. Una molla di stessa costante elastica connette gli estremi B e D .

Supponendo ideali i vincoli e che $Mg = 2kL$, si determinino le eventuali configurazioni di equilibrio e si scrivano le equazioni di moto.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Industriale, a.a. 2012/2013
Prova scritta di Fisica-Matematica del 7 febbraio 2013
Prof. V. Romano

PARTE A

Quesito 1

Si studino le singolarità della funzione $f(z) = \frac{\text{sen}(iz)}{(z^2 + \pi^2)}$. Si calcoli poi $\oint_{\Gamma} f(z) dz$ ove Γ è il bordo del rettangolo di vertici i punti $z_1 = -1 - i$, $z_2 = 1 - i$, $z_3 = 1 + i$, $z_4 = -1 + i$.

Quesito 2

Si risolva per $t > 0$ il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'''(t) + y(t) = \chi_{[0,1]} \text{sen } t \\ y(0) = y'(0) = y''(0) = 0 \end{cases}$$

ove $\chi_{[a,b]}$ è la funzione caratteristica relativa all'intervallo $[a, b]$.

Quesito 3

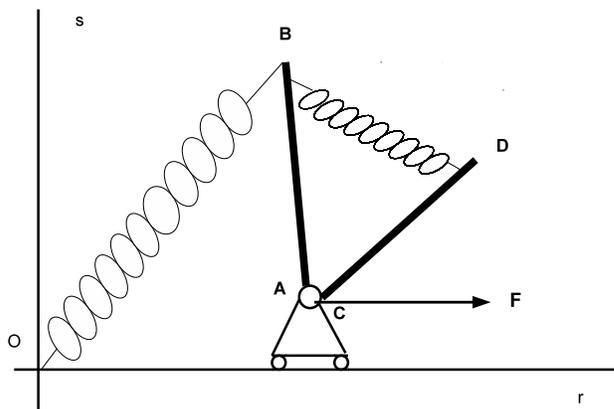
Si calcoli nell'opportuno ambito la trasformata di Fourier della funzione $g(t) = \text{sen}^2 t (1 + \chi_{[0,1]})$ ove $\chi_{[a,b]}$ è la funzione caratteristica relativa all'intervallo $[a, b]$.

PARTE B

Un sistema materiale, vincolato a muoversi su di un piano verticale, è costituito da due aste omogenee uguali di lunghezza L e massa M , vincolate ad un carrello con cerniera, che scorre lungo una guida orizzontale r .

Sull'estremo B dell'asta AB agisce la forza $-k(B - O)$, con k una costante positiva. Una molla di stessa costante elastica connette gli estremi B e D . Sul carrello agisce una forza costante orizzontale di modulo $F = kL/2$ come da figura.

Supponendo ideali i vincoli, si determini la relazione tra i parametri affinché si abbiano configurazioni di equilibrio con l'asta AB verticale e si trovino le reazioni vincolari, sia interne che esterne, in tali configurazioni di equilibrio.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Industriale, a.a. 2012/2013
Prova scritta di Fisica-Matematica del 25 febbraio 2013

Prof. V. Romano

PARTE A

Quesito 1

Si studino le singolarità della funzione $f(z) = \frac{\cos(z)}{\left(z^2 - \frac{\pi^2}{4}\right)}$. Si calcoli poi $\oint_{\Gamma} f(z) dz$ ove $\Gamma = \{z \in \mathbb{C} : |z - \frac{\pi}{2}| = \frac{\pi}{2}\}$.

Quesito 2

Si risolva per $t > 0$ il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'''(t) + y(t) = \chi_{[0,1]} \cos^2 t \\ y(0) = y'(0) = y''(0) = 0 \end{cases}$$

ove $\chi_{[a,b]}$ è la funzione caratteristica relativa all'intervallo $[a, b]$.

Quesito 3

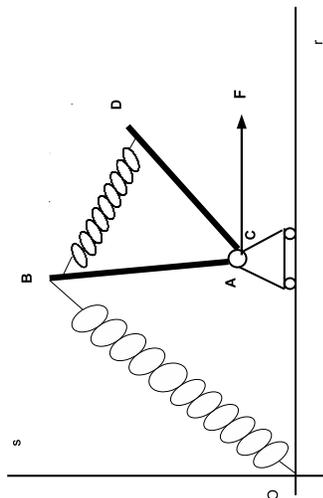
Si calcoli nell'opportuno ambito la trasformata di Fourier della funzione $g(t) = \cos^2 t (1 + \chi_{[0,1]})$ ove $\chi_{[a,b]}$ è la funzione caratteristica relativa all'intervallo $[a, b]$.

PARTE B

Un sistema materiale, vincolato a muoversi su di un piano verticale, è costituito da due aste omogenee di lunghezza L e massa M , vincolate ad un carrello con cerniera, che scorre lungo una guida verticale r .

Sull'estremo B dell'asta AB agisce la forza $-k(B - O)$, con k una costante positiva. Una molla di stessa costante elastica connette gli estremi B e D . Sul carrello agisce una forza costante verticale di modulo F come da figura.

Supponendo ideali i vincoli, si determini la relazione tra i parametri affinché si abbiano configurazioni di equilibrio con l'asta AB verticale e si trovino le reazioni vincolari, sia interne che esterne, in tali configurazioni di equilibrio.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Industriale, a.a. 2012/2013
Prova scritta di Fisica-Matematica del 19 aprile 2013

Prof. V. Romano

PARTE A

Quesito 1

Si studino le singolarità della funzione $f(z) = \frac{\operatorname{sen} \pi z}{z^3(z-1)}$. Si calcoli poi $\oint_{\Gamma} f(z) dz$ ove $\Gamma = \{z \in \mathbb{C} : |z - \frac{\pi}{2}| = \pi\}$.

Quesito 2

Si risolva per $t > 0$ il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'''(t) + y(t) = t \chi_{[0,1]}(t) + \chi_{[1,2]}(t) \\ y(0) = y'(0) = y''(0) = 0 \end{cases}$$

ove $\chi_{[a,b]}$ è la funzione caratteristica relativa all'intervallo $[a, b]$.

Quesito 3

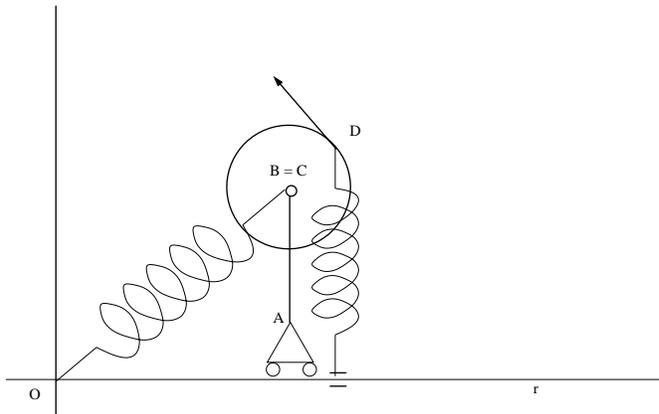
Si calcoli nell'opportuno ambito la trasformata di Fourier della funzione $g(t) = \operatorname{sen} t \left[\frac{1}{4t^2 + 1} + \operatorname{sen}_+ t \right]$ ove $\operatorname{sen}_+ t = H(t) \operatorname{sen} t$, essendo $H(t)$ la funzione di Heaviside .

PARTE B

Un sistema materiale, vincolato a muoversi su di un piano verticale, è costituito da un'asta omogenea di lunghezza L e massa m , e da un disco omogeneo di raggio R e massa M . L'asta è vincolata tramite un carrello senza cerniera ad un guida orizzontale r , mantenendosi in posizione verticale. Il centro C del disco è vincolato, mediante una cerniera interna, all'estremo libero B dell'asta.

Sul nodo B agisce la forza $-k(B - O)$, con k una costante positiva e O punto fisso di r . Su di un punto D del bordo del disco agiscono una molla $-k(D - \bar{D})$, con \bar{D} proiezione ortogonale di D su r , e una forza di modulo costante F , ortogonale al raggio $D - C$ come da figura.

Supponendo ideali i vincoli, si determinino le configurazioni di equilibrio in cui la forza di modulo costante sia verticale e le reazioni vincolari, sia interne che esterne, in tali configurazioni di equilibrio. Si scrivano, poi, le equazioni di moto.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Industriale, a.a. 2012/2013
Prova in itinere di Fisica-Matematica del 6 maggio 2013
Prof. V. Romano

PARTE A

Quesito 1

Si studino le singolarità della funzione $f(z) = \frac{\operatorname{sen} z^2}{z^3 (z + \sqrt{\pi})^3} + \operatorname{Log}(z + 4)$.

Si calcoli poi $\oint_{\Gamma} f(z) dz$ ove $\Gamma = \{z \in \mathbb{C} : |z - i| = \pi\}$.

Quesito 2

Si risolva per $t > 0$ il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y^{(IV)}(t) + y(t) = \chi_{[0,1]}(t) \\ y(0) = y'(0) = y''(0) = y'''(0) = 0 \end{cases}$$

ove $\chi_{[a,b]}$ è la funzione caratteristica relativa all'intervallo $[a, b]$.

Quesito 3

Si calcoli nell'opportuno ambito la trasformata di Fourier della funzione $g(t) = \operatorname{sent} \frac{t^4 + 1}{t^2 + 1}$.

Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Industriale, a.a. 2012/2013
Prova scritta di Fisica-Matematica del 25 giugno 2013

Prof. V. Romano

PARTE A

Quesito 1

Si studino le singolarità della funzione $f(z) = \frac{\text{sen}z^2}{z^2} + \frac{z^2}{z^2 + 1}$ e se ne scriva lo sviluppo in serie di Laurent di centro $z = 0$.

Quesito 2

Si risolva per $t > 0$ il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'''(t) + y(t) = \chi_{[0,1]}(t) \\ y(0) = y'(0) = y''(0) = 0 \end{cases}$$

ove $\chi_{[a,b]}$ è la funzione caratteristica relativa all'intervallo $[a, b]$.

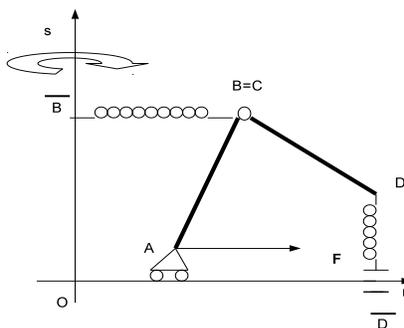
Quesito 3

Si calcoli nell'opportuno ambito la trasformata di Fourier della funzione $g(t) = \frac{t^4 + t^2}{t^2 + 2} \cos t$.

PARTE B

Un sistema materiale, costituito da due aste omogenee di lunghezza l e massa m , è vincolato a muoversi su di un piano verticale. Un'asta ha l'estremo A vincolato tramite un carrello senza cerniera ad una guida orizzontale r e l'estremo B vincolato all'estremo C della seconda asta tramite una cerniera interna. L'asta AB forma un angolo di $\pi/4$ con la guida orizzontale.

Sul sistema, oltre alla forza peso, agiscono una forza costante \mathbf{F} orizzontale orientata come in figura e applicata in A , la forza $-k(B - \bar{B})$, essendo \bar{B} la proiezione ortogonale di B su una retta verticale s e k una costante positiva, la forza $-k(D - \bar{D})$, con D secondo estremo della seconda asta e \bar{D} proiezione ortogonale di D su r . Supponendo che il piano del sistema sia posto in rotazione uniforme attorno all'asse s e che i vincoli siano ideali, si determinino le relazioni tra i parametri affinché siano di equilibrio le configurazioni con l'asta CD verticale. In tali configurazioni di equilibrio, si riduca la sollecitazione di trascinamento al polo A e si calcolino le reazioni vincolari, interne ed esterne. Si scrivano, poi, le equazioni di moto.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Industriale, a.a. 2012/2013
Prova scritta di Fisica-Matematica del 16 luglio 2013

Prof. V. Romano

PARTE A

Quesito 1

Si studino le singolarità della funzione $f(z) = \frac{z - i\pi}{(e^z + 1)^2}$ e si calcoli $\oint_{\Gamma} f(z) dz$ ove $\Gamma = \{z \in \mathbb{C} : |z + i\frac{3}{2}\pi| = \frac{3}{4}\pi\}$.

Quesito 2

Si risolva per $t > 0$ il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'''(t) - \int_0^t y(\tau) d\tau = \chi_{[0,1]}(t) \\ y(0) = y'(0) = y''(0) = 0 \end{cases}$$

ove $\chi_{[a,b]}$ è la funzione caratteristica relativa all'intervallo $[a, b]$.

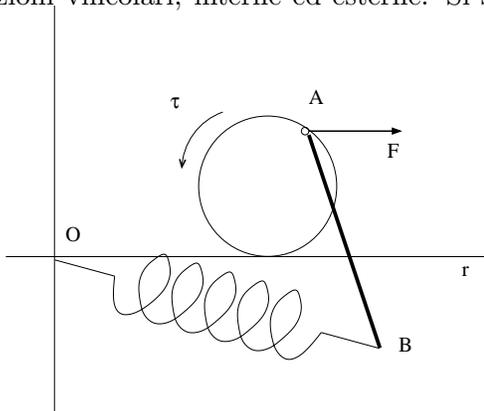
Quesito 3

Si calcoli nell'opportuno ambito la trasformata di Fourier della funzione $g(x) = \text{sen}x \text{sen}|x| + x|x|$.

PARTE B

Un sistema materiale, costituito da un disco omogeneo di massa M e raggio R e da un' asta omogenea di lunghezza L e massa m , è vincolato a muoversi su di un piano verticale. Il disco rotola senza strisciare lungo una guida rettilinea orizzontale r . L'estremo A dell'asta è vincolato al disco tramite una cerniera interna posta su di un punto del bordo del disco. Sul sistema, oltre alla forza peso, agiscono una forza costante \mathbf{F} , orizzontale orientata come in figura e applicata nel nodo in A , la forza elastica $-k(B - O)$, essendo O un punto fisso di r e k una costante positiva, e sul disco una coppia di momento di modulo costante τ con l'orientazione di figura.

Supponendo che i vincoli siano ideali, si determinino le relazioni tra i parametri affinché siano di equilibrio le configurazioni con A appartenente al diametro verticale del disco e in tali configurazioni di equilibrio si calcolino le reazioni vincolari, interne ed esterne. Si scriva, infine, la lagrangiana del sistema.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Industriale, a.a. 2012/2013
Prova scritta di Fisica-Matematica del 30 settembre 2013

Prof. V. Romano

PARTE A

Quesito 1

Si studino le singolarità della funzione $f(z) = \frac{1}{z^2 \cos \pi z}$ e si calcoli $\oint_{\Gamma} f(z) dz$ ove Γ è il bordo, orientato positivamente, del dominio $D = \{z \in \mathbb{C} : |Re z| \leq 1, |Im z| \leq 1\}$.

Quesito 2

Tramite un verifica diretta si dica se $\sin|x|$ soddisfa, nell'opportuno ambito, l'equazione differenziale

$$y''(x) - y(x) = 2\delta(x)$$

con $\delta(x)$ la delta di dirac.

Quesito 3

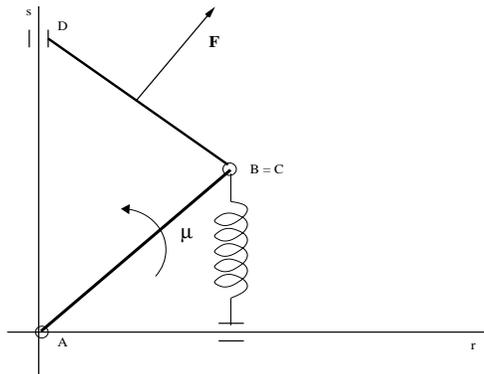
Si calcoli la trasformata di Fourier della funzione $g(x) = x^2 \sin|x|$.

PARTE B

Un sistema materiale è costituito da due aste AB e CD , omogenee di massa M e lunghezza L , vincolate a muoversi su di un piano verticale. L'estremo A dell'asta AB è vincolato a rimanere fisso tramite una cerniera posta su di un punto O di una guida orizzontale r . Un nodo interno di massa m vincola i vertici B e C , mentre l'estremo D è vincolato a scorrere lungo la retta verticale s passante per O .

Sul sistema, oltre alla forza peso, agiscono una forza di modulo costante \mathbf{F} , applicata nel baricentro di CD e perpendicolare a quest'ultima, e la forza elastica $-k(B-\bar{B})$ applicata nel nodo, con k costante positiva e \bar{B} proiezione ortogonale di B sull'asse orizzontale r . Sull'asta AB agisce pure un coppia il cui momento ha modulo μ costante ed è orientato come da figura.

Supponendo che i vincoli siano ideali, si determini la relazioni tra i parametri affinché siano di equilibrio le configurazioni in cui l'asta AB forma un angolo di $\frac{\pi}{4}$ con la guida r e in tali configurazioni di equilibrio si calcolino le reazioni vincolari, interne ed esterne.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Industriale, a.a. 2015/2016
Prova scritta di Fisica Matematica - 3 febbraio 2016

Prof. V. Romano

PARTE A

Quesito 1

Si studino le singolarità della funzione $f(z) = \frac{1}{z \sin \pi z}$ e si calcoli $\oint_{\Gamma} f(z) dz$ ove Γ è il bordo, orientato positivamente, del dominio $D = \{z \in \mathbb{C} : |Re z| \leq \frac{3}{2}, |Im z| \leq \frac{3}{2}\}$.

Quesito 2

Si calcoli con l'ausilio del teorema dei residui il seguente integrale

$$\int_0^{\infty} \frac{\cos x}{x^2 + 2x + 2} dx.$$

Quesito 3

Si risolva, per $t > 0$, tramite le trasformate di Laplace il seguente problema di Cauchy

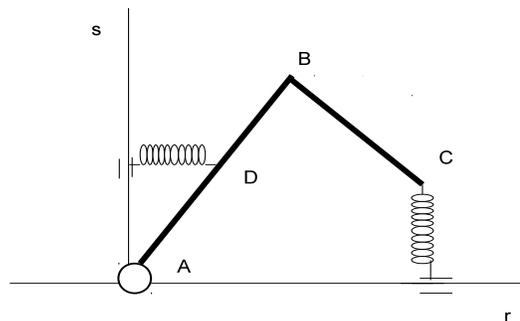
$$\begin{cases} y'''(t) + y(t) = e^{-2t} \\ y(0) = y'(0) = y''(0) = 0 \end{cases}$$

PARTE B

Un sistema materiale, omogeneo di massa M , è costituito da due aste rigide, una di lunghezza L e l'altra di lunghezza $L/2$, saldate ad angolo retto come da figura. Il sistema è vincolato a muoversi su di un piano verticale. L'estremo A dell'asta più lunga è vincolato tramite una cerniera fissa posta su di un punto O di una guida orizzontale r . Sul sistema oltre alla forza peso agiscono le forze elastiche $-k(C - \overline{C})$ e $-k(D - \overline{D})$ applicate rispettivamente in D e C , con k costante positiva, \overline{C} la proiezione ortogonale di C su r e \overline{D} la proiezione ortogonale di D sulla guida s passante per O e perpendicolare a r .

Si risolvano i seguenti quesiti:

1. si determinino le configurazioni di equilibrio, studiandone la stabilità;
2. si trovi la reazione vincolare in A ;
3. si calcoli la matrice d'inerzia del sistema rispetto al polo A e ad una base solidale al rigido;
4. si scriva l'equazione di moto.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Industriale, a.a. 2015/2016
Prova scritta di Fisica Matematica - 24 febbraio 2016
Prof. V. Romano

PARTE A

Quesito 1

Si studino le singolarità della funzione $f(z) = \frac{1}{z \sin z}$ e si calcoli $\oint_{\Gamma} f(z) dz$ ove Γ è il bordo, orientato positivamente, del dominio $D = \{z \in \mathbb{C} : |Re z| \leq \frac{3}{2}, |Im z| \leq \frac{3}{2}\}$.

Quesito 2

Si calcoli con l'ausilio del teorema dei residui il seguente integrale

$$\int_{-1}^{\infty} \frac{\cos^2 x}{x^2 + 2x + 2} dx.$$

Quesito 3

Si risolva, per $t > 0$, tramite le trasformate di Laplace il seguente problema di Cauchy

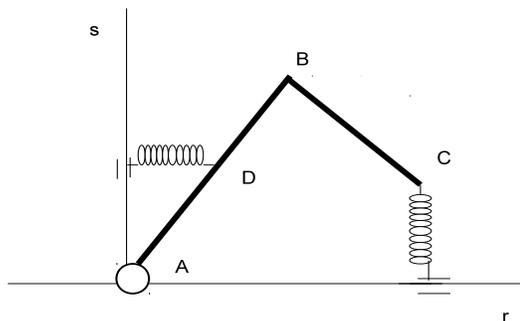
$$\begin{cases} y'''(x) + y(x) = \text{sent} \\ y(0) = y'(0) = y''(0) = 0 \end{cases}$$

PARTE B

Un sistema materiale, omogeneo di massa M , è costituito da due aste rigide, una di lunghezza L e l'altra di lunghezza $L/2$, saldate ad angolo retto come da figura. Il sistema è vincolato a muoversi su di un piano verticale. L'estremo A dell'asta più lunga è vincolato tramite una cerniera fissa posta su di un punto O di una guida orizzontale r . Sul sistema oltre alla forza peso agiscono le forze elastiche $-k(C - \overline{C})$ e $-k(D - \overline{D})$ applicate rispettivamente in C e D , con k costante positiva, \overline{C} la proiezione ortogonale di C su r e \overline{D} la proiezione ortogonale di D sulla guida s passante per O e perpendicolare a r .

Si risolvano i seguenti quesiti:

1. si determinino le configurazioni di equilibrio, studiandone la stabilità;
2. si trovi la reazione vincolare in A ;
3. si calcoli la matrice d'inerzia del sistema rispetto al polo A e ad una base solidale al rigido;
4. si scriva l'equazione di moto.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Industriale, a.a. 2015/2016
Prova scritta di Fisica Matematica - 15 aprile 2016

Prof. V. Romano

PARTE A

Quesito 1

Si studino le singolarità della funzione $f(z) = \frac{1}{\sin z^2}$ e si calcoli $\oint_{\Gamma} f(z) dz$ ove Γ è il bordo, orientato positivamente, del dominio $D = \{z \in \mathbb{C} : |Re z| \leq 2, |Im z| \leq 2\}$.

Quesito 2

Si calcoli con l'ausilio del teorema dei residui il seguente integrale

$$\int_{-1/2}^{\infty} \frac{\cos^2 x}{x^2 + x + 1} dx.$$

Quesito 3

Si risolva, per $t > 0$, tramite le trasformate di Laplace il seguente problema di Cauchy

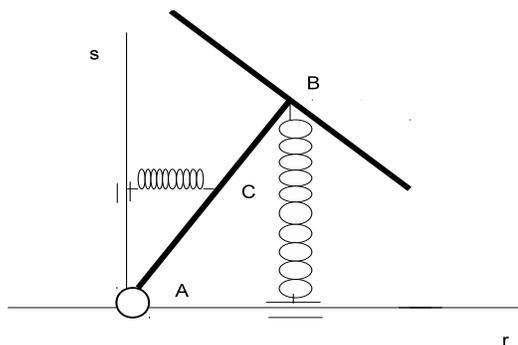
$$\begin{cases} y''(t) + y(t) = e^{-t} \sin 2t \\ y(0) = y'(0) = 0 \end{cases}$$

PARTE B

Un sistema materiale, omogeneo di massa M , è costituito da due aste rigide di lunghezza L , saldate ad angolo retto nel punto medio della seconda come da figura. Il sistema è vincolato a muoversi su di un piano verticale. L'estremo A è vincolato tramite una cerniera fissa posta su di un punto O di una guida orizzontale r . Sul sistema, oltre alla forza peso, agiscono le forze elastiche $-k(B - \bar{B})$ e $-k(C - \bar{C})$, applicate rispettivamente in B e sul punto medio C dell'asta di estremi A e B , essendo k una costante positiva, \bar{B} la proiezione ortogonale di B su r e \bar{C} la proiezione ortogonale di C sulla guida s passante per O e perpendicolare a r .

Si risolvano i seguenti quesiti:

1. si determinino le configurazioni di equilibrio, studiandone la stabilità;
2. si trovi la reazione vincolare in A ;
3. si calcoli la matrice d'inerzia del sistema rispetto al polo A e ad una base solidale al rigido;
4. si scriva l'equazione di moto.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Industriale, a.a. 2015/2016
Prova in itinere di Fisica Matematica - 5 maggio 2016

Prof. V. Romano

Quesito 1

Si studino le singolarità della funzione $f(z) = \frac{1}{z^2 - 1} \operatorname{sen} \frac{1}{z}$ e si calcoli $\oint_{\Gamma} f(z) dz$ ove Γ è il bordo, orientato positivamente, del dominio $D = \{z \in \mathbb{C} : |\operatorname{Re} z| \leq 2, |\operatorname{Im} z| \leq 2\}$.

Quesito 2

Si risolva, per $t > 0$, tramite le trasformate di Laplace il seguente problema di Cauchy

$$y''(t) + y(t) = e^{-t} (\operatorname{sen} t \chi_{[0,2]}(t) + \delta(t - 3))$$

Quesito 3

Si calcoli, nell'opportuno ambito, la trasformata di Fourier della funzione

$$g(t) = \frac{t^3 \operatorname{sen}^2 t}{t^2 + 4}.$$

Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Industriale, a.a. 2015/2016
Prova scritta di Fisica Matematica - 27 giugno 2016
Prof. V. Romano

Parte A

Quesito 1

Si studino le singolarità della funzione $f(z) = \frac{1}{z+i} \cos \frac{1}{z}$ e si calcoli $\oint_{\Gamma} f(z) dz$ ove Γ è il bordo, orientato positivamente, del dominio $D = \{z \in \mathbb{C} : |z| = 2\}$.

Quesito 2

Si risolva, per $t > 0$, tramite le trasformate di Laplace il seguente problema di Cauchy

$$y''(t) - \int_0^t y(\tau) \sinh(t - \tau) d\tau - y(t) = \delta(t) + \delta''(t).$$

Quesito 3

Si scriva la serie di Fourier della ripetizione periodica della funzione

$$g(x) = \begin{cases} -1 & \text{se } -2 \leq x < -1 \\ x & \text{se } -1 \leq x < 1 \end{cases}$$

indicando poi la funzione somma della serie.

Parte B

Un sistema materiale è costituito da un'asta rigida, omogenea di lunghezza $2L$ e massa m , e da un quadrato, anch'esso omogeneo, di lato di lunghezza L e massa M .

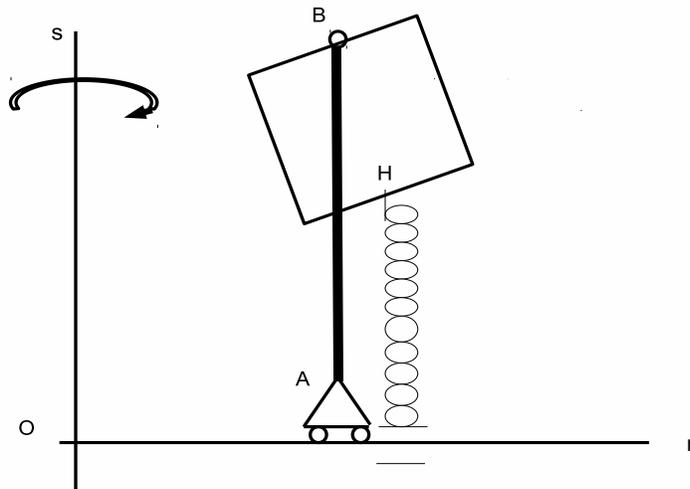
Il sistema è vincolato a muoversi su di un piano verticale. L'estremo A è vincolato ad una guida orizzontale r tramite un carrello senza cerniera che mantiene l'asta in direzione verticale. Il punto medio di uno dei lati del quadrato è vincolato all'estremo B dell'asta mediante una cerniera interna.

Sul sistema, oltre alla forza peso, agiscono la forza elastica $-k(H - \overline{H})$, applicata sul punto medio H del lato opposto a quello vincolato, essendo k una costante positiva e \overline{H} la proiezione ortogonale di H su r .

Il piano del sistema ruota uniformemente attorno alla verticale s .

Assumendo ideali i vincoli, si risolvano i seguenti quesiti:

1. si calcoli il momento d'inerzia del sistema rispetto all'asse s ;
2. si scrivano le condizioni di equilibrio e si cerchino, poi, soluzioni in cui l'asta si trova sovrapposta a s ;
3. nelle eventuali configurazioni di cui al punto precedente, si determinino le reazioni vincolari, sia interne che esterne;
4. si scriva la lagrangiana del sistema.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Industriale, a.a. 2015/2016
Prova scritta di Fisica Matematica - 18 luglio 2016

Prof. V. Romano

Parte A

Quesito 1

Si studino le singularità della funzione $f(z) = \frac{\operatorname{sen} z}{z^3(z-4)}$ e si calcoli $\oint_{\Gamma} f(z) dz$ ove Γ è il bordo, orientato positivamente, del dominio $D = \{z \in \mathbb{C} : |z| = 1\}$.

Quesito 2

Si risolva, per $t > 0$, tramite le trasformate di Laplace, il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(t) + 4 \int_0^t y(\tau) d\tau = \chi_{[0,\pi]}(t) \operatorname{sen} t + H(t - \pi) e^{-(t-\pi)}, \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

essendo $\chi_{[a,b]}(t)$ la funzione caratteristica relativa all'intervallo $[a, b]$ e $H(t)$ la funzione di Heaviside.

Quesito 3

Si determini la trasformata di Fourier della funzione

$$g(t) = \frac{t^4 + 1}{t^2 + 1} e^{it}.$$

Parte B

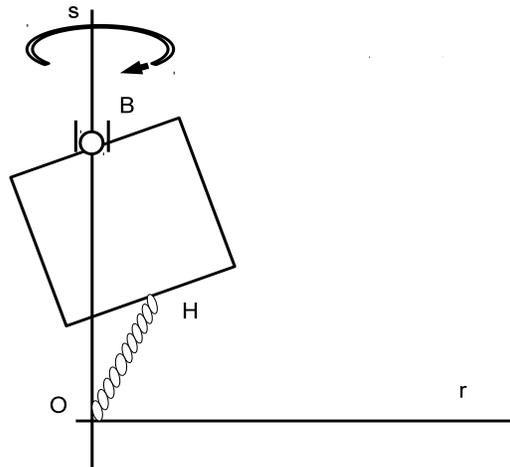
Un sistema materiale è costituito da una lamina omogenea quadrata, di lato di lunghezza L e massa M , vincolata a muoversi su di un piano verticale. Il punto medio di uno dei lati del quadrato è vincolato ad una guida verticale s mediante una cerniera mobile (carrello con cerniera).

Sul sistema, oltre alla forza peso, agiscono la forza elastica $-k(H - O)$, applicata sul punto medio H del lato opposto a quello vincolato, essendo k una costante positiva e O un punto fisso di s .

Il piano del sistema ruota uniformemente attorno alla verticale s .

Assumendo ideali i vincoli, si risolvano i seguenti quesiti:

1. si scriva la matrice d'inerzia del sistema rispetto alla terna di origine in O e avente due degli assi dati da r e s come da figura;
2. si trovino le configurazioni di equilibrio e si determini la reazione vincolare in tali configurazioni;
3. si scrivano le equazioni di moto.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Industriale, a.a. 2015/2016
Prova scritta di Fisica Matematica - 2 settembre 2016
Prof. V. Romano

Parte A

Quesito 1

Si dica per quali valori del parametro reale α la funzione

$$u(x, y) = x^3 + \alpha xy^2$$

rappresenta la parte reale di una funzione analitica e per tali valori si determini la funzione coniugata $v(x, y)$.

Quesito 2

Si calcoli il seguente integrale

$$\oint_{\Gamma} \frac{1}{z-3} e^{\frac{1}{z^2-4}} dz$$

ove $\Gamma = \{z \in \mathbb{C} : |z| = 4\}$.

Quesito 3

Si risolva, per $t > 0$, tramite le trasformate di Laplace, il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''(t) + \int_0^t y(\tau) d\tau = \chi_{[0,\pi]}(t) \text{ sen } t, \\ y(0) = y'(0) = 0 \end{cases}$$

essendo $\chi_{[a,b]}(t)$ la funzione caratteristica relativa all'intervallo $[a, b]$.

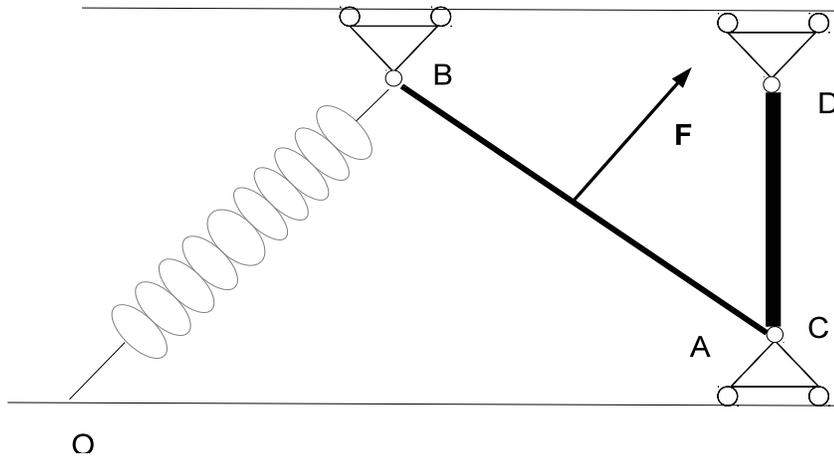
Parte B

Un sistema materiale è costituito da due aste omogenee, una di estremi A e B e lunghezza $2L$, l'altra di estremi C e D e lunghezza L . La prima asta ha densità doppia rispetto alla seconda. Il sistema è vincolato a muoversi su di un piano verticale. Due carrelli con cerniera vincolano gli estremi B e D a scorrere lungo una guida orizzontale r . Ad un secondo carrello con cerniera, vincolato a scorrere su di un'altra guida orizzontale s , sono vincolati gli estremi A e C come da figura.

Sul sistema, oltre alla forza peso, agiscono la forza elastica $-k(B - O)$, essendo k una costante positiva e O un punto fisso di s , e la forza di modulo costante \mathbf{F} , applicata nel baricentro di AB e che si mantiene perpendicolare ad essa.

Assumendo ideali i vincoli, si risolvano i seguenti quesiti:

1. si calcoli il momento d'inerzia del sistema rispetto alla retta s ;
2. si provi che la forza \mathbf{F} è conservativa;
3. si trovino le configurazioni di equilibrio e si determinino le reazioni vincolari in tali configurazioni;
4. si scriva esplicitamente un eventuale integrale primo.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Industriale, a.a. 2015/2016
Prova scritta di Fisica Matematica - 29 settembre 2016
Prof. V. Romano

Parte A

Quesito 1

Si calcoli il seguente integrale

$$\oint_{\Gamma} \frac{1}{z-5} e^{\frac{1}{z^2-4}} dz$$

ove $\Gamma = \{z \in \mathbb{C} : |z| = 4\}$.

Quesito 2

Si risolva, per $t > 0$, tramite le trasformate di Laplace, il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(t) + \int_0^t (t-\tau)y(\tau) d\tau = \chi_{[0,\pi]}(t) \sin t, \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

essendo $\chi_{[a,b]}(t)$ la funzione caratteristica relativa all'intervallo $[a, b]$.

Quesito 3

Si scriva la serie di Fourier della ripetizione periodica della funzione $f(x) = x$ in $[-1, 2[$.

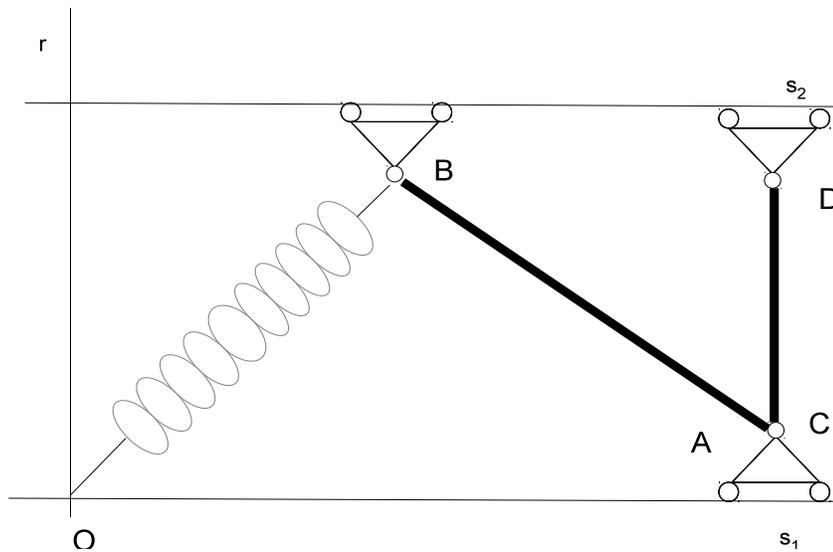
Parte B

Un sistema materiale è costituito da due aste omogenee, una di estremi A e B e lunghezza $2L$, l'altra di estremi C e D e lunghezza L . Le due aste hanno uguale densità. Il sistema è vincolato a muoversi su di un piano verticale. Due carrelli con cerniera vincolano gli estremi B e D a scorrere lungo una guida orizzontale s_1 . Ad un secondo carrello con cerniera, vincolato a scorrere su di un'altra guida orizzontale s_2 , sono vincolati gli estremi A e C come da figura.

Sul sistema, oltre alla forza peso, agiscono la forza elastica $-k(B - O)$, essendo k una costante positiva e O un punto fisso di s . Il piano del sistema ruota uniformemente attorno alla verticale r passante per O .

Assumendo ideali i vincoli, si risolvano i seguenti quesiti:

1. si calcoli il momento d'inerzia del sistema rispetto alla retta r ;
2. si trovino le configurazioni di equilibrio;
3. si scriva esplicitamente un eventuale integrale primo
4. si riduca la sollecitazione di trascinamento dell'asta AB al polo B ;
5. si riduca la sollecitazione di trascinamento dell'asta CD al polo D ;
6. si determinino le reazioni vincolari in tali configurazioni.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Industriale, a.a. 2015/2016
Prova scritta di Fisica Matematica - 18 novembre 2016

Prof. V. Romano

Parte A

Quesito 1

Si calcoli il seguente integrale

$$\oint_{\Gamma} \frac{1}{z^2 + 1} e^{\frac{1}{z}} dz$$

ove $\Gamma = \left\{ z \in \mathbb{C} : |z - i| = \frac{3}{2} \right\}$.

Quesito 2

Si risolva, per $t > 0$, tramite le trasformate di Laplace, il seguente problema di Cauchy

$$\left\{ \begin{array}{l} y'(t) + \int_0^t \tau y(t - \tau) d\tau = \delta'(t), \end{array} \right.$$

essendo $\delta(t)$ la delta di Dirac.

Quesito 3

Si scriva la serie di Fourier della ripetizione periodica della funzione $f(x) = |x|$ in $[-1, 2[$.

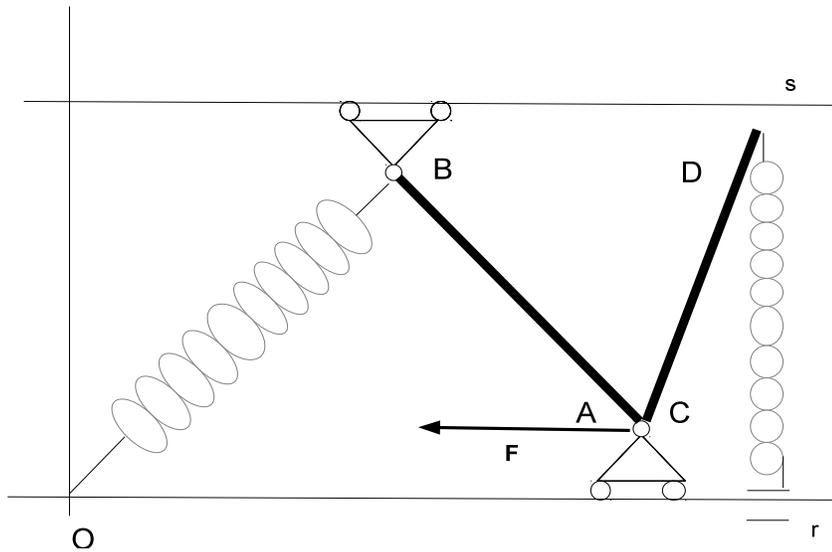
Parte B

Un sistema materiale è costituito da due aste omogenee, una di estremi A, B e lunghezza L , l'altra di estremi C, D e stessa lunghezza. Le due aste hanno entrambe massa M . L'asta AB forma un angolo di $\frac{\pi}{4}$ con r . Il sistema è vincolato a muoversi su di un piano verticale. Un carrello con cerniera vincola l'estremo B a scorrere lungo una guida orizzontale s . Ad un secondo carrello con cerniera, vincolato a scorrere su di un'altra guida orizzontale r , sono vincolati gli estremi A e C come da figura.

Sul sistema, oltre alla forza peso, agiscono la forza elastica $-k(B - O)$, essendo k una costante positiva e O un punto fisso di s , la forza elastica $-k(D - \bar{D})$, essendo \bar{D} la proiezione ortogonale di D su r , e la forza costante orizzontale \mathbf{F} applicata al nodo A .

Assumendo ideali i vincoli, si risolvano i seguenti quesiti:

1. si calcoli il momento d'inerzia del sistema rispetto alla retta r ;
2. si trovino le configurazioni di equilibrio;
3. si determinino le reazioni vincolari in tali configurazioni;
4. si scrivano le equazioni di moto.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Industriale, a.a. 2015/2016
Prova scritta di Fisica Matematica - 13 gennaio 2017
Prof. V. Romano

Parte A

Quesito 1

Si studino le singolarità della funzione

$$f(z) = \frac{z}{\operatorname{sen} z^3}$$

e si scriva la serie di Laurent di centro $z = 0$.

Quesito 2

Si risolva, per $t > 0$, tramite le trasformate di Laplace, la seguente equazione

$$y'(t) + \int_0^t \tau^2 y(t - \tau) d\tau = \delta'(t),$$

essendo $\delta(t)$ la delta di Dirac.

Quesito 3

Si scriva la serie di Fourier della ripetizione periodica della funzione

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } -\pi < x < 0 \\ x^2 & \text{se } 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Industriale, a.a. 2015/2016
Prova scritta di Fisica Matematica - 1 febbraio 2017
Prof. V. Romano

Parte A

Quesito 1

Si studino le singolarità della funzione

$$f(z) = \frac{(z - \pi)^2}{\operatorname{sen}^2 z},$$

si scriva la serie di Laurent di centro $z = 0$ e si calcoli

$$\oint_{\Gamma} \frac{(z - \pi)^2}{\operatorname{sen}^2 z} dz$$

ove $\Gamma = \left\{ z \in \mathbb{C} : |z - \pi| = \frac{3}{2}\pi \right\}$.

Quesito 2

Si risolva, per $t > 0$, tramite le trasformate di Laplace, la seguente equazione

$$y'(t) + \int_0^t \tau^2 y(t - \tau) d\tau = H(t),$$

essendo $H(t)$ la funzione di Heaviside.

Quesito 3

Si scriva la serie di Fourier della ripetizione periodica della funzione

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } -\pi < x < -\frac{\pi}{2} \\ x^2 & \text{se } -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi \end{cases}$$

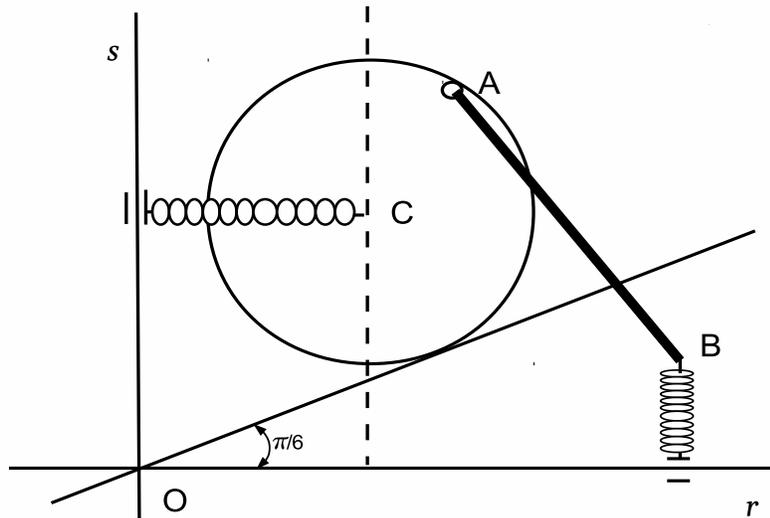
Parte B

Un sistema materiale è costituito da un disco omogeneo di raggio R e da un'asta omogenea di estremi A, B e lunghezza $2R$, entrambi di massa M . Il sistema è vincolato a muoversi su di un piano verticale. Il disco rotola senza strisciare lungo una guida che forma un angolo di $\pi/6$ con l'orizzontale r . L'estremo A è vincolato ad un punto del bordo del disco tramite una cerniera interna. Si supponga che, quando il punto di contatto del disco coincide con il punto O (si veda la figura), A si trovi lungo la verticale per il centro C del disco.

Sul sistema, oltre alla forza peso, agiscono (come da figura) le forze elastiche $-k(B - \bar{B})$ e $-k(C - \bar{C})$, essendo k una costante positiva, \bar{B} la proiezione ortogonale di B su r e \bar{C} la proiezione ortogonale di C sulla retta verticale s passante per O .

Assumendo ideali i vincoli, si risolvano i seguenti quesiti:

1. si scriva, in funzione dei parametri lagrangiani, la matrice d'inerzia del sistema rispetto al polo O e alla terna avente come due assi le rette r e s .
2. si trovino le configurazioni di equilibrio in cui A si trovi lungo una retta verticale passante per C ;
3. si determinino le reazioni vincolari in una delle configurazioni di equilibrio.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Industriale, a.a. 2016/2017
Prova scritta di Fisica Matematica - 22 febbraio 2017
Prof. V. Romano

Parte A

Quesito 1

Si studino le singolarità della funzione

$$f(z) = \frac{1}{(z-5)(z^2+4)} \operatorname{sen} \frac{1}{z}$$

e si calcoli $\oint_{\Gamma} f(z) dz$ ove $\Gamma = \{z \in \mathbb{C} : |z| = 3\}$.

Quesito 2

Si risolva, per $t > 0$, tramite le trasformate di Laplace, il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''(t) + \int_0^t y(\tau) d\tau = \chi_{[0,1]}(t) e^{-t}, \\ y(0) = y'(0) = 0 \end{cases}$$

essendo $\chi_{[a,b]}(t)$ la funzione caratteristica relativa all'intervallo $[a, b]$.

Quesito 3

Si scriva la trasformata di Fourier della funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ di legge

$$f(x) = \left(2 + e^{-x^2}\right) \operatorname{sen} x.$$

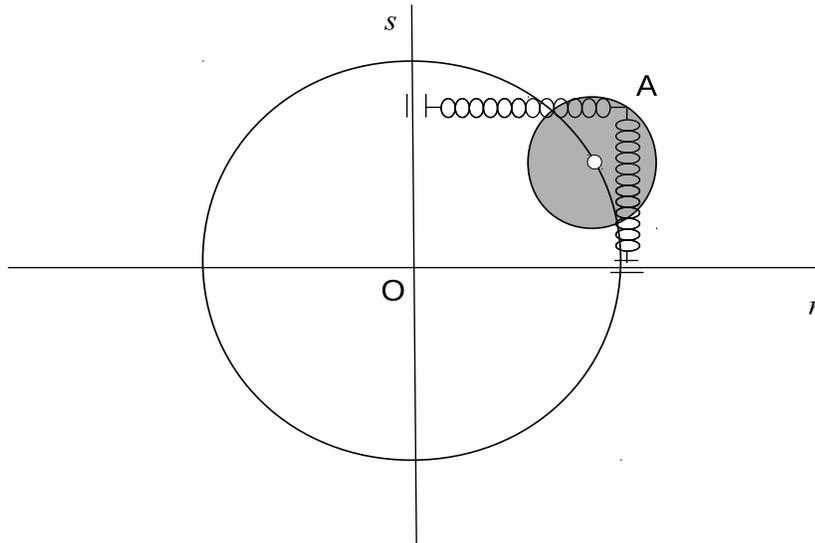
Parte B

Un sistema materiale è costituito da un disco omogeneo di raggio R e massa M , vincolato a muoversi su di un piano verticale. Il centro del disco è vincolato, tramite una cerniera mobile, ad una guida circolare di raggio L appartenente al piano del sistema.

Sul sistema, oltre alla forza peso, agiscono (come da figura) le forze elastiche $-k(A - A_1)$ e $-k(A - A_2)$, essendo k una costante positiva, A un punto del bordo del disco, A_1 e A_2 le proiezioni ortogonali di A sulle rette r e s passanti per il centro O della guida, orizzontale la prima e verticale la seconda.

Assumendo ideale il vincolo, si risolvano i seguenti quesiti:

1. si trovino le configurazioni di equilibrio;
2. si determini la reazione vincolare durante il moto;
3. si scrivano le equazioni di moto.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Industriale, a.a. 2016/2017
Prova scritta di Fisica Matematica - 21 aprile 2017
Prof. V. Romano

Parte A

Quesito 1

Si studino le singolarità della funzione

$$f(z) = \frac{1 + z - e^z}{z^3} + \frac{1}{z - 2}$$

e si calcoli $\oint_{\Gamma} f(z) dz$ ove $\Gamma = \{z \in \mathbb{C} : |z| = \pi\}$.

Quesito 2

Si risolva per $t > 0$, tramite le trasformate di Laplace, la seguente equazione

$$y''(t) + y(t) = \cos t \delta(t) + \chi_{[1,2]}(t),$$

essendo $\chi_{[a,b]}(t)$ la funzione caratteristica relativa all'intervallo $[a, b]$ e $\delta(t)$ la delta di Dirac. .

Quesito 3

Si scriva, nell'opportuno ambito, la trasformata di Fourier della funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ di legge

$$f(x) = \frac{t + 1}{t^2 + 3}.$$

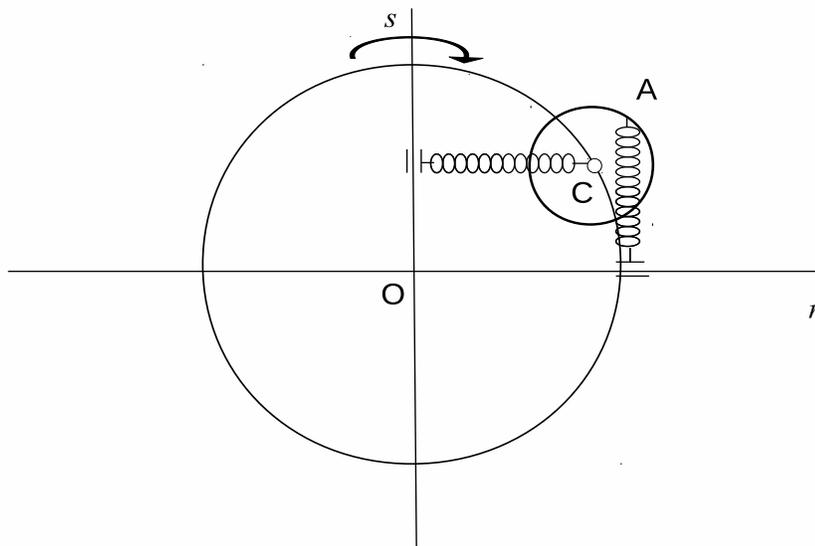
Parte B

Un sistema materiale è costituito da un disco omogeneo di raggio R e massa M . Il centro C del disco è vincolato, tramite una cerniera mobile, ad una guida circolare di raggio L appartenente ad un piano verticale. Il vincolo obbliga il disco a rimanere sul piano della guida.

Sul sistema, oltre alla forza peso, agiscono (come da figura) le forze elastiche $-k(A - \bar{A})$ e $-k(C - \bar{C})$, essendo k una costante positiva, A un punto del bordo del disco, \bar{A} e \bar{C} le proiezioni ortogonali di A e C rispettivamente sulle rette r e s passanti per il centro O della guida, orizzontale la prima e verticale la seconda. Il piano del sistema ruota uniformemente attorno alla verticale s .

Assumendo ideale il vincolo, si risolvano i seguenti quesiti:

1. si trovino le configurazioni di equilibrio;
2. si determini la reazione vincolare durante il moto in funzione dei parametri lagrangiani;
3. si scrivano le equazioni di moto.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Industriale, a.a. 2016/2017
Prova in itinere di Fisica Matematica - 28 aprile 2017
Prof. V. Romano

Parte A

Quesito 1

Si studino le singolarità della funzione

$$f(z) = \frac{z - \operatorname{sen} z}{z^7 + z^5},$$

se ne scriva la parte principale dello sviluppo di Laurent di centro $z = 0$ e si calcoli $\oint_{\Gamma} f(z) dz$ ove $\Gamma = \{z \in \mathbb{C} : |z - i| = 3/2\pi\}$.

Quesito 2

Si risolva per $t > 0$, tramite le trasformate di Laplace, la seguente equazione

$$y'(t) + \int_0^t \tau y(t - \tau) d\tau = \cos t \delta(t) + e^{t-1} H(t - 1),$$

essendo $H(t)$ la funzione di Heaviside e $\delta(t)$ la delta di Dirac.

Quesito 3

Si scriva la serie di Fourier della della ripetizione periodica della funzione $f : [-1, 2[\rightarrow \mathbb{R}$ di legge

$$f(x) = \begin{cases} |x| & \text{se } -1 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{se } 1 < x < 2 \end{cases}$$

Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Industriale, a.a. 2016/2017
Prova scritta di Fisica Matematica - 26 giugno 2017
Prof. V. Romano

Parte A

Quesito 1

Si studino le singolarità della funzione

$$f(z) = \frac{1 - \cos z}{z^4(z + 2\pi)}$$

e si calcoli $\oint_{\Gamma} f(z) dz$ ove $\Gamma = \{z \in \mathbb{C} : |z| = 1\}$.

Quesito 2

Si risolva per $t > 0$, tramite le trasformate di Laplace, la seguente equazione

$$y'''(t) + y(t) = (2 + \sin t) (\delta(t) + \delta'(t)) + \chi_{[1,2]}(t),$$

essendo $\chi_{[a,b]}(t)$ la funzione caratteristica relativa all'intervallo $[a, b]$ e $\delta(t)$ la delta di Dirac.

Quesito 3

Si scriva la serie di Fourier della della ripetizione periodica della funzione $f : \left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow \mathbb{R}$ di legge $f(x) = |\sin x|$ indicando la somma della serie.

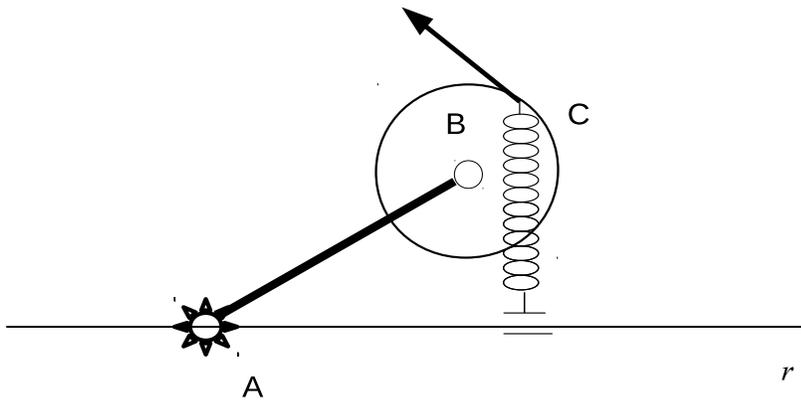
Parte B

Un sistema materiale è costituito da un'asta omogenea di estremi A , B , lunghezza L e massa m , e da un disco omogeneo di raggio R e massa M . Il sistema si muove su di un piano verticale per effetto dei seguenti vincoli. L'estremo A dell'asta è vincolato tramite una cerniera fissa ad un punto O del piano. Una cerniera interna vincola il centro del disco con l'estremo B dell'asta.

Sul sistema, oltre alla forza peso, agiscono la forza elastica $-k(C - \bar{C})$, essendo k una costante positiva, C un punto del bordo del disco e \bar{C} la sua proiezione ortogonale sulla guida orizzontale passante per O , e una forza \mathbf{F} , anch'essa applicata in C , di modulo costante e di direzione tangente al disco in C come da figura.

Assumendo ideali i vincoli, si risolvano i seguenti quesiti:

1. si trovino le condizioni di equilibrio;
2. si scrivano le equazioni di moto;
3. si determinino le reazioni vincolari, sia interne che esterne, durante il moto in funzione dei parametri lagrangiani.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Industriale, a.a. 2016/2017
Prova scritta di Fisica Matematica - 10 luglio 2017

Prof. V. Romano

Parte A

Quesito 1

Si studino le singularità della funzione

$$f(z) = \frac{e^z - 1}{2z^3(z^2 - \pi)},$$

si scriva la parte principale dello sviluppo in serie di Laurent di centro $z = 0$ e si calcoli $\oint_{\Gamma} f(z) dz$ ove $\Gamma = \{z \in \mathbb{C} : |z| = 2\}$.

Quesito 2

Si risolva per $t > 0$, tramite le trasformate di Laplace, la seguente equazione

$$y''(t) + \omega^2 y(t) = t(\delta'(t) + e^{-t}H(t)),$$

essendo ω una costante positiva, $H(t)$ la funzione di Heaviside e $\delta(t)$ la delta di Dirac.

Quesito 3

Si scriva la serie di Fourier della della ripetizione periodica della funzione $f : \left[0, \frac{3\pi}{4}\right] \rightarrow \mathbb{R}$ di legge $f(x) = |\cos x|$ indicando poi la somma della serie.

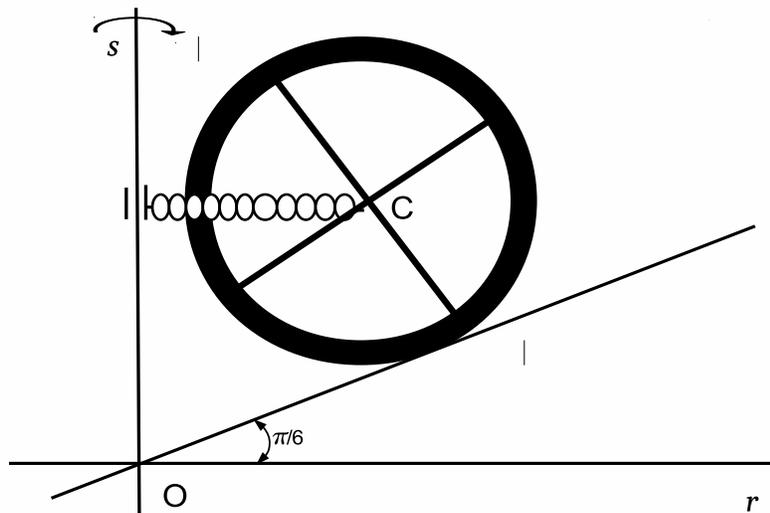
Parte B

Un sistema materiale è costituito da due aste omogenee, di lunghezza L e massa m , e da un anello omogeneo di raggi $R_1 < R_2$ e massa M . Le aste sono saldate a croce e, a loro volta, sono saldate in maniera concentrica all'anello come da figura. Il sistema si muove su di un piano verticale rotolando senza strisciare lungo una guida rettilinea r che forma un angolo di $\pi/6$ con l'orizzontale. Il piano ruota con uniformemente attorno alla retta verticale s di figura.

Sul sistema, oltre alla forza peso e alla sollecitazione di trascinamento, agisce la forza elastica $-k(C - \bar{C})$, essendo k una costante positiva, C il centro di massa del rigido e \bar{C} la proiezione ortogonale di di quest'ultimo su s .

Assumendo ideali i vincoli, si risolvano i seguenti quesiti:

1. si scriva il momento d'inerzia del sistema rispetto all'asse s ;
2. si trovino le configurazioni di equilibrio;
3. si determini la reazione vincolare nelle configurazioni di equilibrio;
4. si scriva un integrale primo di moto.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Industriale, a.a. 2016/2017
Prova scritta di Fisica Matematica - 21 luglio 2017

Prof. V. Romano

Parte A

Quesito 1

Si studino le singolarità della funzione

$$f(z) = \frac{e^{1/z}}{z-2}$$

e si calcoli $\oint_{\Gamma} f(z) dz$ ove $\Gamma = \{z \in \mathbb{C} : |z| = 1\}$.

Quesito 2

Si risolva, per $t > 0$, tramite le trasformate di Laplace, il seguente problema di Cauchy

$$y''(t) + \omega^2 y(t) = (e^t - 1)(\delta(t) + \delta'(t)) + e^{-t+1} H(t-1),$$

essendo ω una costante positiva, $H(t)$ la funzione di Heaviside e $\delta(t)$ la delta di Dirac.

Quesito 3

Si scriva la trasformata di Fourier della funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ di legge

$$f(x) = \frac{\sin x \cos^2 x}{1+x^2} + e^{ix}.$$

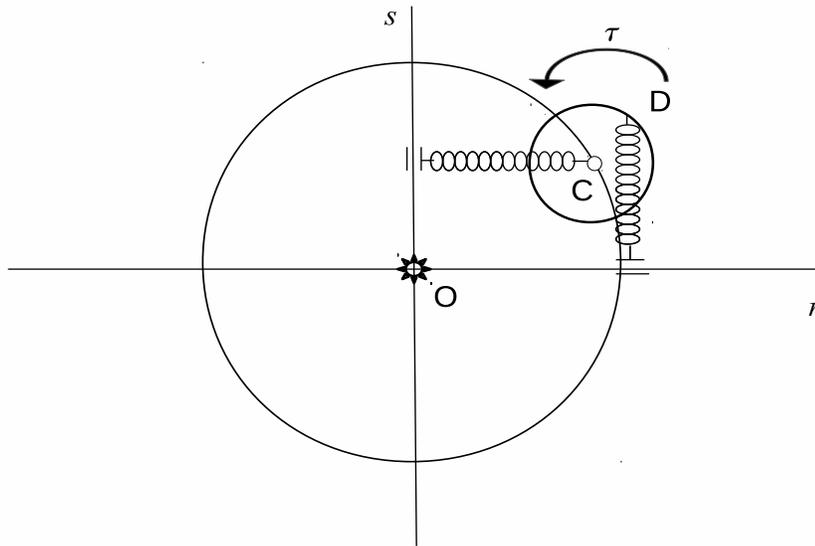
Parte B

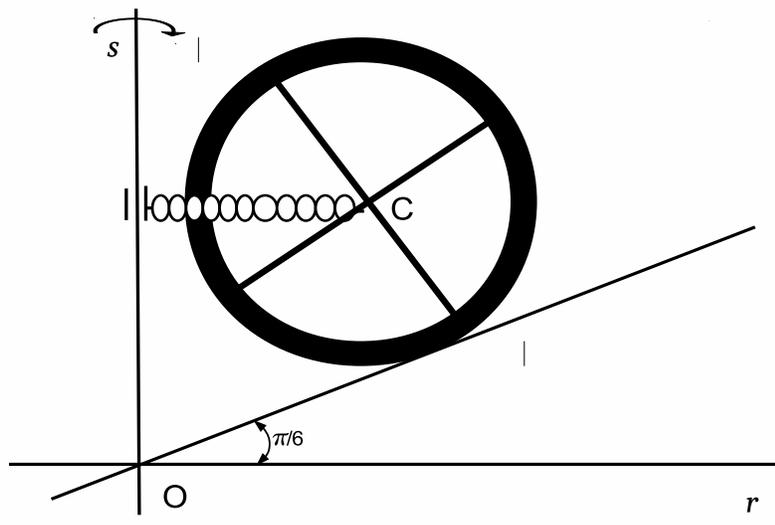
Un sistema materiale è costituito da due dischi omogenei, \mathcal{D}_1 di raggio R e massa M , \mathcal{D}_2 di raggio $r < R$ e massa m , vincolati a muoversi su di un piano verticale. Il centro O del disco \mathcal{D}_1 è bloccato, tramite una cerniera fissa. Il centro C del disco \mathcal{D}_2 è vincolato, tramite una cerniera, ad un punto del bordo del disco \mathcal{D}_1 .

Sul sistema, oltre alla forza peso, agiscono le forze elastiche $-k(C - \bar{C})$ e $-k(D - \bar{D})$, essendo k una costante positiva, D un punto del bordo del disco \mathcal{D}_2 , \bar{C} e \bar{D} le proiezioni ortogonali di C e D sulle rette s e r passanti per il centro O della guida, verticale la prima e orizzontale la seconda. Inoltre sul disco \mathcal{D}_2 agisce una coppia di momento costante τ come da figura.

Assumendo ideali i vincoli, si risolvano i seguenti quesiti:

1. si trovi la relazione tra i parametri affinché esistano configurazioni di equilibrio con D allineato orizzontalmente con C ;
2. si determinino le reazioni vincolari nelle configurazioni di equilibrio di cui al punto precedente;
3. si scrivano le equazioni di moto.





Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Industriale, a.a. 2016/2017
Prova scritta di Fisica Matematica - 28 settembre 2017
Prof. V. Romano

Parte A

Quesito 1

Si studino le singolarità della funzione

$$f(z) = \frac{\operatorname{sen} \frac{1}{z} \cos \frac{1}{z}}{z^2(z^2 - 1)}$$

e si calcoli $\oint_{\Gamma} f(z) dz$ ove $\Gamma = \left\{ z \in \mathbb{C} : \left| z - \frac{1}{2} \right| = 1 \right\}$.

Quesito 2

Si risolva, per $t > 0$, tramite le trasformate di Laplace, il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''(t) + 2y'(t) + y(t) = \chi_{[0,1]}(t) + \chi_{[2,3]}(t) \\ y(0) = y'(0) = 0 \end{cases}$$

essendo $\chi_{[a,b]}(t)$ la funzione caratteristica relativa all'intervallo $[a, b]$.

Quesito 3

Si scriva la serie di Fourier del prolungamento periodico della funzione $f : [-1, 2[\rightarrow \mathbb{R}$ di legge

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{se } -1 \leq x \leq 1 \\ x - 2 & \text{se } 1 < x < 2 \end{cases}$$

Parte B

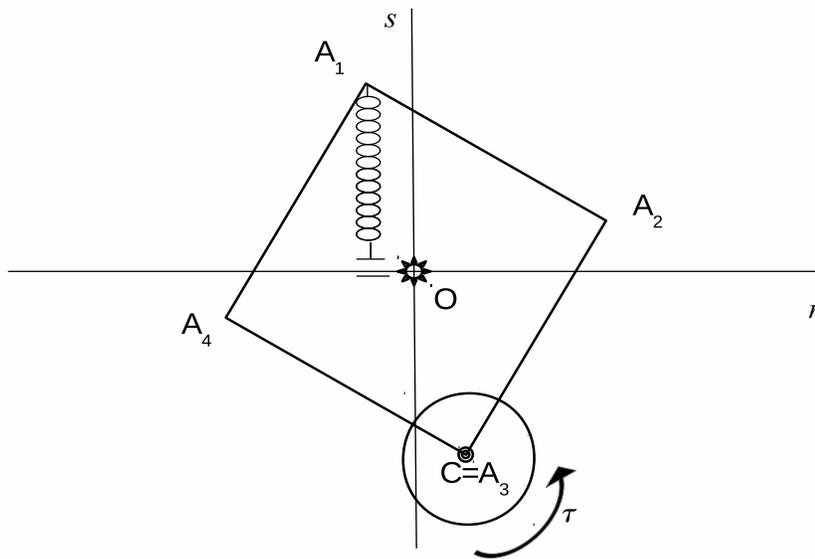
Un sistema materiale è costituito da un quadrato omogeneo di massa M e lato L e da un disco omogeneo di massa m e raggio R , vincolati a muoversi su di un piano verticale. Il centro O del quadrato è bloccato, tramite una cerniera fissa. Il centro C del disco è vincolato, tramite una cerniera, al vertice A_3 del quadrato.

Sul sistema, oltre alla forza peso, agisce, come da figura, la forza elastica $-k(A_1 - \bar{A}_1)$, essendo k una costante positiva, \bar{A}_1 la proiezione ortogonale di A_1 sulle retta orizzontale r passante per O . Inoltre sul disco agisce una coppia di momento costante τ come da figura.

Il piano del sistema è posto in rotazione uniforme attorno alla verticale s passante per O .

Assumendo ideali i vincoli, si risolvano i seguenti quesiti:

1. si determini il momento d'inerzia del sistema rispetto alla retta s ;
2. si scrivano le equazioni di moto;
3. si individuino eventuali integrali primi di moto;
4. si determinino in funzione dei parametri lagrangiani le reazioni vincolari durante il moto.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Industriale, a.a. 2016/2017
Prova scritta di Fisica Matematica - 17 novembre 2017

Prof. V. Romano

Parte A

Quesito 1

Si studino le singolarità della funzione

$$f(z) = \frac{z^2 - \operatorname{sen}^2 z}{z^4(z^2 + 2)}$$

e si calcoli $\oint_{\Gamma} f(z) dz$ ove $\Gamma = \{z \in \mathbb{C} : |z - 1| = 2\}$.

Quesito 2

Si risolva, per $t > 0$, tramite le trasformate di Laplace, la seguente equazione integrale

$$\int_0^t \operatorname{sen}(t - \tau) y(\tau) d\tau + y(t) = \delta(t)$$

essendo $\delta(t)$ la delta di Dirac.

Quesito 3

Si scriva la serie di Fourier del prolungamento periodico della funzione $f : \left[-\frac{\pi}{2}, \pi\right[\rightarrow \mathbb{R}$ di legge

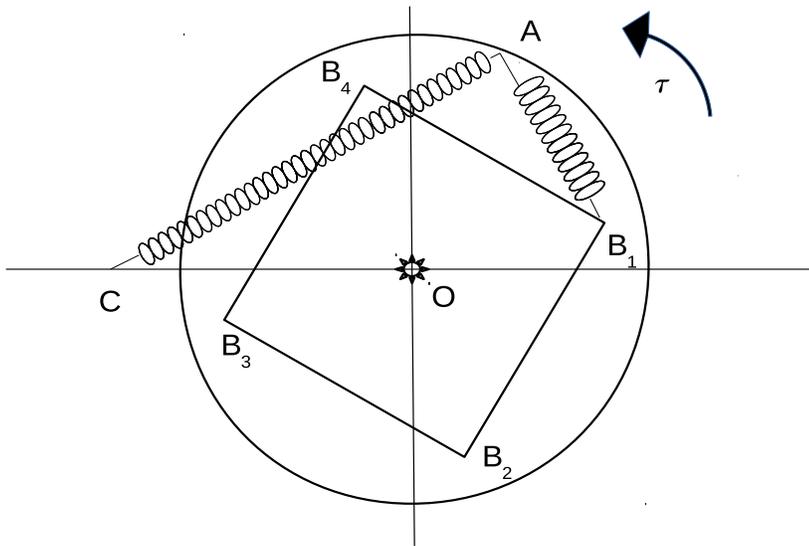
$$f(x) = \begin{cases} \cos x & \text{se } -\frac{\pi}{2} \leq x \leq 0 \\ 1 & \text{se } 0 < x < \pi \end{cases}$$

Parte B

Un sistema materiale è costituito da un quadrato omogeneo di massa m e lato L e da un disco omogeneo di massa M e raggio R , vincolati a muoversi su di un piano verticale. Il centro del quadrato e il centro del disco sono bloccati, tramite una cerniera, ad un punto fisso O . Sul sistema, oltre alla forza peso, agisce, come da figura, la forza elastica $-k(A - B_1)$, essendo k una costante positiva, A un punto del bordo del disco e B_1 un vertice del quadrato. Inoltre sul disco agisce una coppia di momento costante τ come da figura e la forza elastica $-k(A - C)$, con C un punto fisso posto lungo la retta orizzontale per O a distanza h da questo.

Assumendo ideali i vincoli, si risolvano i seguenti quesiti:

1. si scriva la matrice d'inerzia principale centrale del sistema;
2. si scrivano le equazioni di moto;
3. si individuino eventuali integrali primi di moto;
4. si determinino le configurazioni di equilibrio sotto la condizione $\frac{\tau}{khR} = 1$.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Industriale, a.a. 2017/2018
Prova scritta di Fisica Matematica - 1 febbraio 2018
Prof. V. Romano

Parte A

Quesito 1

Si studino le singolarità della funzione

$$f(z) = \frac{2z \operatorname{sen} z}{1 - \operatorname{cos} z}$$

e si calcoli $\oint_{\Gamma} f(z) dz$ ove Γ rappresenta il bordo del rettangolo di vertici $\pm\pi \pm i$.

Quesito 2

Si risolva il problema ai limiti

$$\begin{cases} y''(t) + y(t) = (1 - t^2)\chi_{[0,1]}(t) \\ y(0) = 0, y(2) = \alpha \end{cases}$$

con α parametro reale e $\chi_{[a,b]}(t)$ funzione caratteristica dell'intervallo $[a, b]$.

[Suggerimento: si trasformi in un problema di Cauchy parametrizzando $y'(0)$.]

Quesito 3

Si scriva la serie di Fourier del prolungamento periodico della funzione $f : [-2, 1[\rightarrow \mathbb{R}$ di legge

$$f(x) = \begin{cases} -1 & \text{se } -2 \leq x \leq -1 \\ -x^2 & \text{se } -1 < x \leq 0 \\ 0 & \text{se } 0 < x < 1 \end{cases}$$

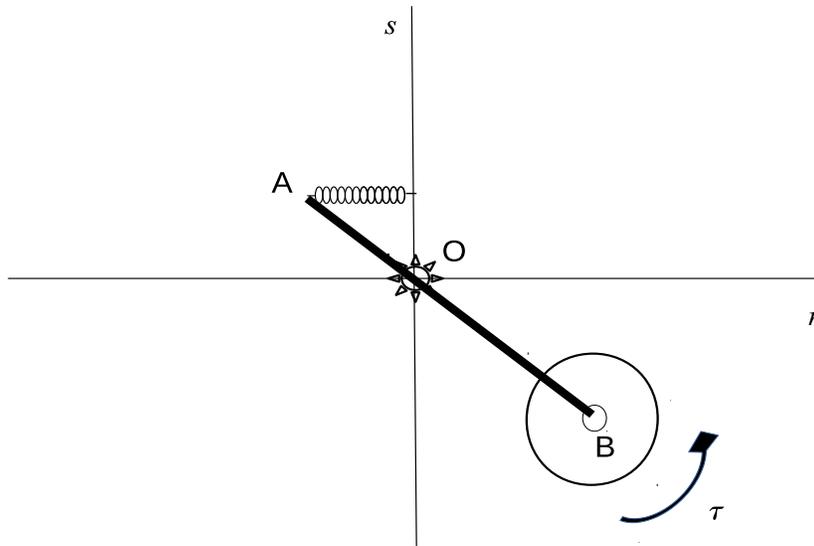
Parte B

Un sistema materiale è costituito da un'asta omogenea di massa m e lunghezza L e da un disco omogeneo di massa M e raggio R , vincolati a muoversi su di un piano verticale. Il centro del disco è vincolato, tramite una cerniera interna, all'estremo B dell'asta mentre una cerniera fissa blocca il punto O dell'asta che dista $L/3$ dall'estremo A.

Sul sistema, oltre alla forza peso, agisce, come da figura, la forza elastica $-k(A - \bar{A})$, essendo k una costante positiva e \bar{A} la proiezione ortogonale di A sull'asse verticale s passante per O . Inoltre sul disco agisce una coppia di momento costante τ come da figura.

Assumendo ideali i vincoli, si risolvano i seguenti quesiti:

1. si determini il momento d'inerzia del sistema rispetto all'asse s ;
2. si scrivano le equazioni di moto;
3. si individuino eventuali integrali primi di moto;
4. si verifichi se esistono moti con l'asta che rimane ferma.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Industriale, a.a. 2017/2018
Prova scritta di Fisica Matematica - 21 febbraio 2018
Prof. V. Romano

Parte A

Quesito 1

Si studino le singolarità della funzione

$$f(z) = \frac{2 \left(z - \frac{\pi}{2} \right) \operatorname{sen} z}{1 - \operatorname{sen} z}$$

e si calcoli $\oint_{\Gamma} f(z) dz$ ove Γ rappresenta il bordo del rettangolo di vertici $\pm\pi \pm i$.

Quesito 2

Si risolva il problema ai limiti

$$\begin{cases} y''(t) + y(t) = (1-t)\chi_{[0,1]}(t) \\ y(0) = 0, y(2) = \alpha \end{cases}$$

con α parametro reale e $\chi_{[a,b]}(t)$ funzione caratteristica dell'intervallo $[a, b]$.

[Suggerimento: si trasformi in un problema di Cauchy parametrizzando $y'(0)$.]

Quesito 3

Si scriva la serie di Fourier del prolungamento periodico della funzione $f : [-2, 1[\rightarrow \mathbb{R}$ di legge

$$f(x) = \begin{cases} -1 & \text{se } -2 \leq x \leq -1 \\ -x & \text{se } -1 < x \leq 0 \\ 0 & \text{se } 0 < x < 1 \end{cases}$$

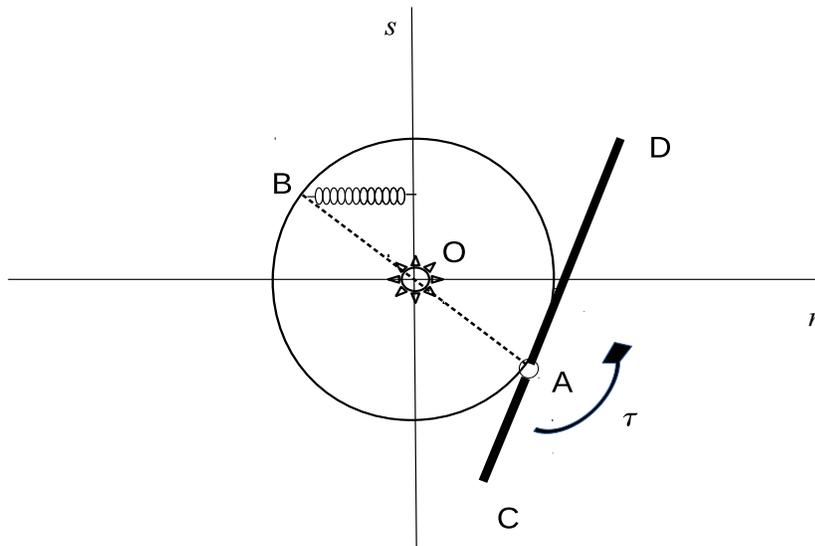
Parte B

Un sistema materiale è costituito da un'asta omogenea di massa m e lunghezza L e da un disco omogeneo di massa M e raggio R , vincolati a muoversi su di un piano verticale. Il centro del disco è vincolato, tramite una cerniera fissa ad un punto O . Sul punto A del bordo del disco è vincolato, tramite una cerniera interna, il punto dell'asta che dista $L/3$ dall'estremo C .

Sul sistema, oltre alla forza peso, agisce, come da figura, la forza elastica $-k(B - \bar{B})$, essendo k una costante positiva e \bar{B} la proiezione ortogonale sull'asse verticale s , passante per O , del punto B del disco, diametralmente opposto al punto A . Inoltre sull'asta agisce una coppia di momento costante τ come da figura.

Assumendo ideali i vincoli, si risolvano i seguenti quesiti:

1. si determini il momento d'inerzia del sistema rispetto all'asse s ;
2. si scrivano le equazioni di moto;
3. si individuino eventuali integrali primi di moto;
4. si calcolino le reazioni vincolari durante il moto in funzione dei parametri lagrangiani.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Industriale, a.a. 2017/2018
Prova scritta di Fisica Matematica - 20 aprile 2018
Prof. V. Romano

Parte A

Quesito 1

Si studino le singolarità della funzione

$$f(z) = \frac{2(z - 2\pi i)}{\sinh z}$$

e si calcoli $\oint_{\Gamma} f(z) dz$ ove $\Gamma = \{z \in \mathbb{C} : |z| = 3\pi\}$.

Quesito 2

Si risolva il problema ai limiti

$$\begin{cases} y''(t) + y(t) = e^{-t} \chi_{[0,1]}(t) \\ y(0) = 0, y(2) = \alpha \end{cases}$$

con α parametro reale e $\chi_{[a,b]}(t)$ funzione caratteristica dell'intervallo $[a, b]$.

[Suggerimento: si trasformi in un problema di Cauchy parametrizzando $y'(0)$.]

Quesito 3

Si scriva la serie di Fourier del prolungamento periodico della funzione $f : [-2, 1[\rightarrow \mathbb{R}$ di legge

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } -2 \leq x \leq -1 \\ |x| & \text{se } -1 < x < 1 \end{cases}$$

Parte B

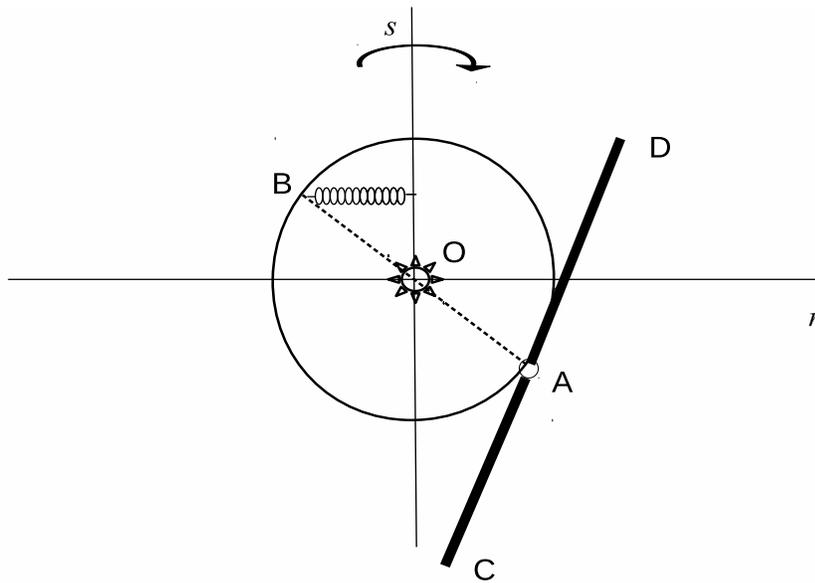
Un sistema materiale è costituito da un'asta omogenea di massa m e lunghezza L e da un disco omogeneo di massa M e raggio R , vincolati a muoversi su di un piano verticale. Il centro del disco è vincolato, tramite una cerniera fissa ad un punto O . Il punto A del bordo del disco è vincolato, tramite una cerniera interna, al punto medio dell'asta, come da figura.

Sul sistema, oltre alla forza peso, agisce la forza elastica $-k(B - \bar{B})$, essendo k una costante positiva e \bar{B} la proiezione ortogonale sull'asse verticale s , passante per O , del punto B del disco, diametralmente opposto al punto A .

Il piano del sistema è posto in rotazione uniforme attorno all'asse s ,

Assumendo ideali i vincoli, si risolvano i seguenti quesiti:

1. si determini il momento d'inerzia del sistema rispetto all'asse s ;
2. si trovino le configurazioni di equilibrio;
3. si calcolino le reazioni vincolari in una delle configurazioni di equilibrio;
4. si scriva la lagrangiana del sistema.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Industriale, a.a. 2017/2018
Prova in itinere di Fisica Matematica - 8 maggio 2018
Prof. V. Romano

Parte A

Quesito 1

Si studino le singolarità della funzione

$$f(z) = \frac{(z^2 - \pi^2)}{\operatorname{sen} z} + \operatorname{sen} \frac{1}{z}$$

e si calcoli $\oint_{\Gamma} f(z) dz$ ove $\Gamma = \left\{ z \in \mathbb{C} : |z| = \frac{3}{2}\pi \right\}$.

Quesito 2

Si risolva per $t > 0$ l'equazione

$$y''(t) + y'(t) + y(t) = \delta(t) + e^{-t}H(t-1),$$

essendo $\delta(t)$ la delta di Dirac e $H(t)$ la funzione di Heaviside.

Quesito 3

Si determini la soluzione del seguente problema ai valori iniziali e al bordo

$$\begin{cases} u_{tt}(x, t) - u_{xx}(x, t) = 0, & \text{in } t > 0, \quad x \in [-1, 1], \\ u(x, 0) = 1 - |x|, \quad u_t(x, 0) = 0, & x \in [-1, 1], \\ u(-1, t) = u(1, t) = 0, & t > 0. \end{cases}$$

Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Industriale, a.a. 2017/2018
Prova scritta di Fisica Matematica - 25 giugno 2018
Prof. V. Romano

Parte A

Quesito 1

Si studino le singolarità della funzione

$$f(z) = \frac{e^z - 1}{\sinh^2 z}$$

e si calcoli $\oint_{\Gamma} f(z) dz$ ove $\Gamma = \left\{ z \in \mathbb{C} : |z| = \frac{\pi}{2} \right\}$.

Quesito 2

Si determinino per $t > 0$ le soluzioni della seguente equazione integro-differenziale

$$\int_0^t y(\tau) d\tau + \int_0^t y(\tau) y(t - \tau) d\tau = -\frac{1}{4}tH(t) + \delta(t),$$

con $H(t)$ funzione di Heaviside e $\delta(t)$ la delta di Dirac.

Quesito 3

Si scriva la serie di Fourier del prolungamento periodico della funzione $f : \left[-1, \frac{\pi}{2}\right[\rightarrow \mathbb{R}$ di legge

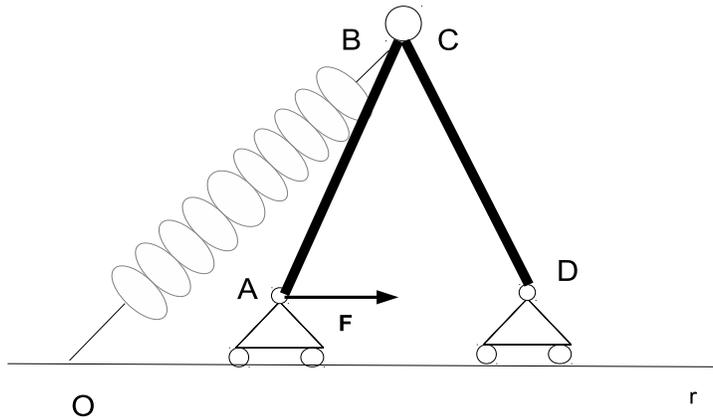
$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } -1 \leq x \leq 0 \\ \sin x & \text{se } 0 < x < \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Parte B

Un sistema materiale è costituito da due aste omogenee entrambe di massa M e lunghezza L , vincolate a muoversi su di un piano verticale. Gli estremi A e D sono vincolati, tramite due carrelli con cerniera, a muoversi lungo una guida orizzontale r . Su A agisce una forza costante \mathbf{F} , sul nodo interno è attaccata una molla il cui altro estremo è bloccato in un punto fisso O della guida r .

Assumendo ideali i vincoli, si risolvano i seguenti quesiti:

1. si scrivano le condizioni di equilibrio e si trovino poi le relazioni tra i parametri per cui esistono configurazioni di equilibrio con le aste inclinate di $\pi/4$ rispetto ad r ;
2. si determinino le reazioni vincolari in tali configurazioni di equilibrio;
3. si scrivano le equazioni di moto.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Industriale, a.a. 2017/2018
Prova scritta di Fisica Matematica - 20 luglio 2018

Prof. V. Romano

Parte A

Quesito 1

Si studino le singolarità della funzione

$$f(z) = \frac{\operatorname{sen} z}{\operatorname{senh} z}$$

e si calcoli $\oint_{\Gamma} f(z) dz$ ove Γ è il bordo del rettangolo di vertici i punti $\pm 1 \pm i\frac{3}{2}\pi$.

Quesito 2

Si determinino per $t > 0$ le soluzioni della seguente equazione integrale

$$\int_0^t y(\tau) d\tau + t y(t) = \delta'(t),$$

con $\delta(t)$ la delta di Dirac.

[Suggerimento: si trasformi secondo Laplace ottenendo una equazione differenziale per la trasformata.]

Quesito 3

Si scriva la serie di Fourier del prolungamento periodico della funzione $f : [-2, \frac{\pi}{2}[\rightarrow \mathbb{R}$ di legge

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } -2 \leq x \leq 0 \\ \cos x & \text{se } 0 < x < \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

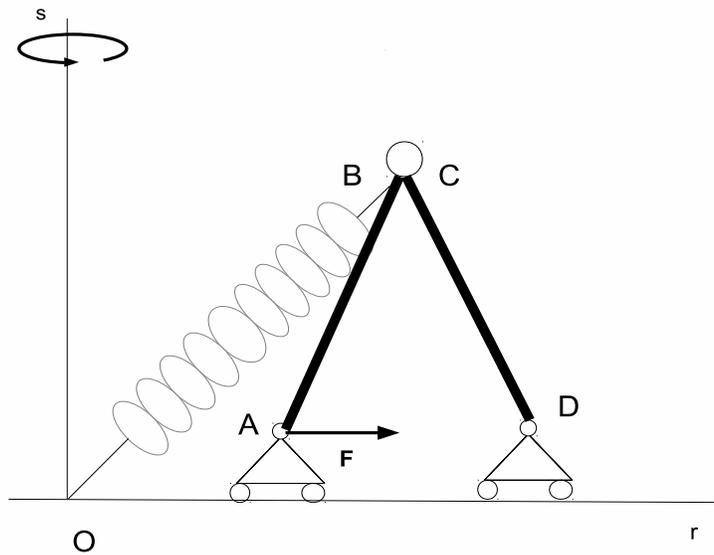
indicando la somma della serie.

Parte B

Un sistema materiale è costituito da due aste omogenee entrambe di massa M e lunghezza L , vincolate a muoversi su di un piano verticale posto in rotazione uniforme attorno alla retta verticale s . Gli estremi A e D sono vincolati, tramite due carrelli con cerniera, a muoversi lungo una guida orizzontale r . Su A agisce una forza orizzontale costante \mathbf{F} come da figura, sul nodo interno è attaccata una molla il cui altro estremo è bloccato sul punto fisso O dato dalla intersezione delle guide r e s .

Assumendo ideali i vincoli, si risolvano i seguenti quesiti:

1. si determini il momento d'inerzia del sistema rispetto alla retta s ;
2. si scrivano le condizioni di equilibrio;
3. si trovino poi le relazioni tra i parametri per cui esistono configurazioni di equilibrio con l'asta AB inclinata di $\pi/4$ rispetto a \mathbf{F} con B sopra r ;
4. si determinino le reazioni vincolari in tali configurazioni di equilibrio nel caso in cui viene eliminata la forza elastica.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Industriale, a.a. 2017/2018
Prova scritta di Fisica Matematica - 3 settembre 2018
Prof. V. Romano

Parte A

Quesito 1

Si studino le singolarità della funzione

$$f(z) = \frac{\cos z}{\cosh z}$$

e si calcoli $\oint_{\Gamma} f(z) dz$ ove Γ è il bordo del quadrato di vertici i punti $\pm 4 \pm i4$.

Quesito 2

Si determinino per $t > 0$ le soluzioni della seguente equazione integrale

$$\int_0^t y(\tau) d\tau + t y(t) = \delta'(t) + \delta'(t - 1),$$

con $\delta(t)$ la delta di Dirac.

[Suggerimento: si trasformi secondo Laplace ottenendo una equazione differenziale per la trasformata.]

Quesito 3

Si scriva la serie di Fourier del prolungamento periodico della funzione $f : [-1, 2[\rightarrow \mathbb{R}$ di legge

$$f(x) = |x|.$$

indicando la somma della serie.

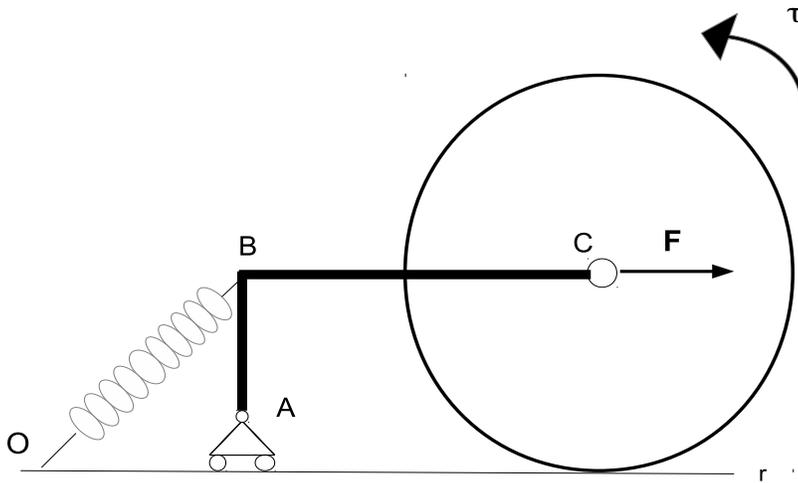
Parte B

Un sistema materiale è costituito da due aste omogenee tra loro, di lunghezza rispettivamente $2L$ e L saldate ad angolo retto come da figura e aventi complessivamente massa M , e da un disco omogeneo di raggio L e massa m . Il sistema è vincolato a muoversi su di un piano verticale. Il disco rotola senza strisciare lungo una guida orizzontale r . L'estremo A dell'asta più corta è vincolato, tramite un carrello con cerniera, a muoversi anch'esso lungo la guida r . Un estremo dell'asta più lunga è vincolato tramite una cerniera interna al centro C del disco.

Una molla collega l'estremo B con un punto fisso O di r ; sul nodo C è applicata una forza costante orizzontale \mathbf{F} ; sul disco agisce una coppia di momento costante $\boldsymbol{\tau}$ (si veda la figura).

Assumendo ideali i vincoli, si risolvano i seguenti quesiti:

1. si determini il momento d'inerzia del sistema rispetto alla retta r ;
2. si trovino le configurazioni di equilibrio;
3. si determinino le reazioni vincolari nelle configurazioni di equilibrio;
4. si scrivano eventuali integrali primi di moto.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Industriale, a.a. 2017/2018
Prova scritta di Fisica Matematica - 27 settembre 2018
Prof. V. Romano

Parte A

Quesito 1

Si studino le singolarità della funzione

$$f(z) = \frac{1 - \cos z}{\operatorname{senh} z}$$

e si calcoli $\oint_{\Gamma} f(z) dz$ ove Γ è il bordo del quadrato di vertici i punti $\pm 4 \pm i4$.

Quesito 2

Si determini per $t > 0$ la soluzione della seguente equazione

$$y'' + y' + y = 2\delta(t) + e^{-t}H(t - 2),$$

con $\delta(t)$ la delta di Dirac e $H(t)$ la funzione di Heaviside.

Quesito 3

Si scriva la serie di Fourier del prolungamento periodico della funzione $f : [-2, 2[\rightarrow \mathbb{R}$ di legge

$$f(x) = |x + 1|.$$

indicando la somma della serie.

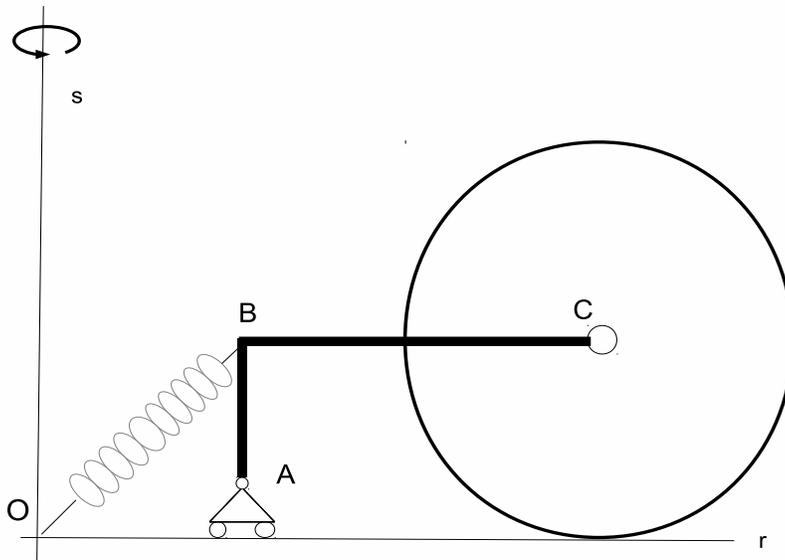
Parte B

Un sistema materiale è costituito da due aste omogenee tra loro, di lunghezza rispettivamente $2L$ e L saldate ad angolo retto come da figura e aventi complessivamente massa M , e da un disco omogeneo di raggio L e massa m . Il sistema è vincolato a muoversi su di un piano verticale. Il disco rotola senza strisciare lungo una guida orizzontale r . L'estremo A dell'asta più corta è vincolato, tramite un carrello con cerniera, a muoversi anch'esso lungo la guida r . Un estremo dell'asta più lunga è vincolato tramite una cerniera interna al centro C del disco. Il piano del sistema è posto in rotazione uniforme attorno all'asse verticale s passante per un punto fisso O di r .

Una molla collega l'estremo B con O .

Assumendo ideali i vincoli, si risolvano i seguenti quesiti:

1. si determini il momento d'inerzia del sistema rispetto alla retta s ;
2. si trovino le configurazioni di equilibrio;
3. si determinino le reazioni vincolari, sia interne che esterne, nelle configurazioni di equilibrio;
4. si scriva la lagrangiana del sistema.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Industriale, a.a. 2017/2018
Prova scritta di Fisica Matematica - 16 novembre 2018

Prof. V. Romano

Parte A

Quesito 1

Si studino le singolarità della funzione

$$f(z) = \frac{\operatorname{sen} z}{(z^2 + i)^2}$$

e si calcoli $\oint_{\Gamma} f(z) dz$ ove $\Gamma : |z| = \pi$.

Quesito 2

Si determini per $t > 0$ la soluzione della seguente equazione

$$y'' + y = 2\delta(t) + t e^{-t} H(t - 1),$$

con $\delta(t)$ la delta di Dirac e $H(t)$ la funzione di Heaviside.

Quesito 3

Si scriva la serie di Fourier del prolungamento periodico della funzione $f : [-\pi, 2\pi[\rightarrow \mathbb{R}$ di legge

$$f(x) = \cos x.$$

indicando la somma della serie.

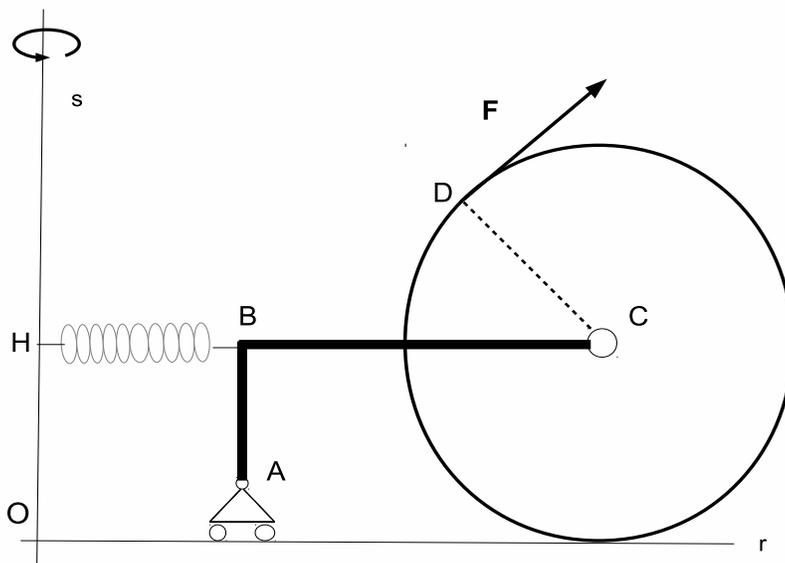
Parte B

Un sistema materiale è costituito da due aste omogenee tra loro, di lunghezza rispettivamente $2L$ e L saldate ad angolo retto come da figura e aventi complessivamente massa M , e da un disco omogeneo di raggio L e massa m . Il sistema è vincolato a muoversi su di un piano verticale. Il disco rotola senza strisciare lungo una guida orizzontale r . L'estremo A dell'asta più corta è vincolato, tramite un carrello con cerniera, a muoversi anch'esso lungo la guida r . Un estremo dell'asta più lunga è vincolato tramite una cerniera interna al centro C del disco. Il piano del sistema è posto in rotazione uniforme attorno all'asse verticale s passante per un punto fisso O di r .

Su di punto D del bordo del disco, agisce una forza \mathbf{F} di modulo costante, avente direzione ortogonale al raggio DC . Una molla collega l'estremo B con il punto fisso H posto su s a distanza L da r come da figura.

Assumendo ideali i vincoli, si risolvano i seguenti quesiti:

1. si determini il momento d'inerzia del sistema rispetto alla retta s ;
2. si scrivano le condizioni di equilibrio;
3. si determini la relazione tra i parametri affinché esistano configurazioni di equilibrio in cui \mathbf{F} è orizzontale;
4. si trovino eventuali integrali primi di moto.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Industriale, a.a. 2017/2018
Prova scritta di Fisica Matematica - 25 gennaio 2019
Prof. V. Romano

Parte A

Quesito 1

Si studino le singolarità della funzione

$$f(z) = \frac{\cos z}{(z^2 + 4i)^2}$$

e si calcoli $\oint_{\Gamma} f(z) dz$ ove $\Gamma : |z| = \pi$.

Quesito 2

Si determini per $t > 0$ la soluzione della seguente equazione

$$y'' + y = \chi_{[0,1]}(t) + t e^{-t} H(t - 1),$$

con $\chi_{[a,b]}(t)$ funzione caratteristica relativa all'insieme $[a, b]$ e $H(t)$ la funzione di Heaviside.

Quesito 3

Si scriva la serie di Fourier del prolungamento periodico della funzione $f : [-\pi, 2\pi[\rightarrow \mathbb{R}$ di legge

$$f(x) = \operatorname{sen} x.$$

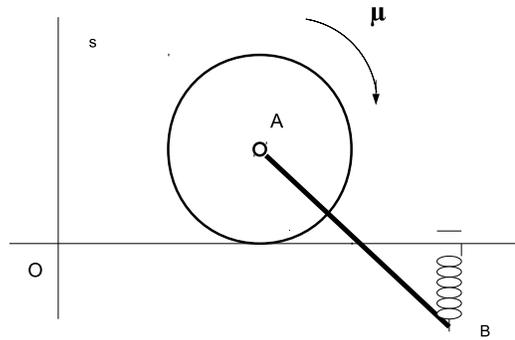
indicando la somma della serie.

PARTE B

Un sistema materiale, vincolato a muoversi su di un piano verticale, è costituito da un disco omogeneo di raggio R e massa M e da un'asta AB omogenea di lunghezza L e massa m . L'estremo A dell'asta è vincolato tramite una cerniera interna con il centro del disco che rotola senza strisciare lungo una guida orizzontale r . Sull'estremo B dell'asta agisce la forza $-k(B - \bar{B})$, \bar{B} proiezione ortogonale di B su r . Sul disco agisce, inoltre, una coppia avente momento di modulo costante μ come da figura.

Supponendo ideali i vincoli, si risponda ai seguenti quesiti:

1. si scrivano le equazioni di moto;
2. si determinino eventuali integrali primi;
3. si trovino le reazioni vincolari, sia interne che esterne, durante il moto.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Industriale, a.a. 2012/2013
Prova scritta di Fisica-Matematica del 13 febbraio 2019
Prof. V. Romano

PARTE A

Quesito 1

Si studino le singolarità della funzione $f(z) = \frac{\text{sen}(2iz)}{(z^2 + 4\pi^2)^2}$. Si calcoli poi $\oint_{\Gamma} f(z) dz$ ove Γ ha equazione $|z - 2i\pi| = 2\pi$.

Quesito 2

Si determini per $t > 0$ la soluzione generale della seguente equazione

$$y'''(t) + y(t) = \chi_{[0,1]} \text{sen } t,$$

ove $\chi_{[a,b]}$ è la funzione caratteristica relativa all'intervallo $[a, b]$.

Quesito 3

Si calcoli la trasformata di Fourier della funzione $g(t) = \chi_{[0,1]}(t) \text{sen}^2 t$, ove $\chi_{[a,b]}$ è la funzione caratteristica relativa all'intervallo $[a, b]$.

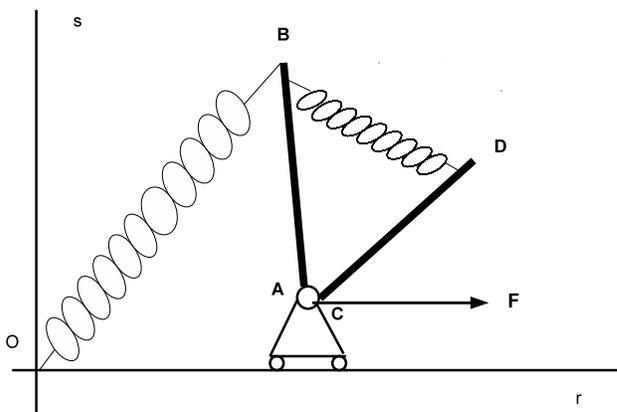
PARTE B

Un sistema materiale, vincolato a muoversi su di un piano verticale, è costituito da due aste omogenee uguali di lunghezza L e massa M , vincolate ad un carrello con cerniera di massa m , che scorre lungo una guida orizzontale r .

Sull'estremo B dell'asta AB agisce la forza $-k(B - O)$, con k una costante positiva e O un punto fisso di r . Una molla di stessa costante elastica connette gli estremi B e D . Sul carrello agisce una forza costante orizzontale di modulo F come da figura.

Supponendo ideali i vincoli, si risolvano i seguenti quesiti:

1. si scrivano le equazioni di moto;
2. si determinino eventuali integrali primi di moto;
3. si trovino le reazioni vincolari, sia interne che esterne, durante il moto.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Industriale, a.a. 2015/2016
Prova scritta di Fisica Matematica - 28 febbraio 2019
Prof. V. Romano

PARTE A

Quesito 1

Si studino le singularità della funzione $f(z) = \frac{1}{z \sin(i\pi z)}$ e si calcoli $\oint_{\Gamma} f(z) dz$ ove Γ è il bordo, orientato positivamente, del dominio $D = \{z \in \mathbb{C} : |Re z| \leq \frac{3}{2}, |Im z| \leq \frac{3}{2}\}$.

Quesito 2

Si risolva, per $t > 0$, tramite le trasformate di Laplace il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'''(t) + y(t) = e^{-2t} \\ y(0) = 1, y'(0) = y''(0) = 0 \end{cases}$$

Quesito 3

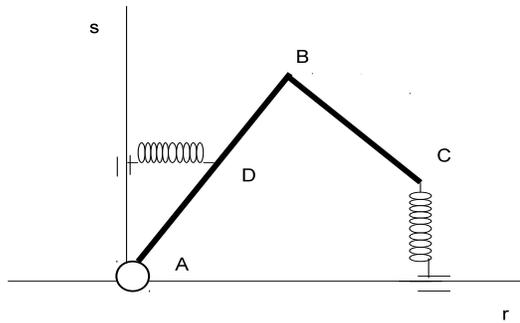
Si calcoli la trasformata di Fourier della funzione $g(t) = \chi_{[0,1]}(t) e^{-2t}$, ove $\chi_{[a,b]}$ è la funzione caratteristica relativa all'intervallo $[a, b]$.

PARTE B

Un sistema materiale, omogeneo di massa M , è costituito da due aste rigide, una di lunghezza L e l'altra di lunghezza $L/2$, saldate ad angolo retto come da figura. Il sistema è vincolato a muoversi su di un piano verticale. L'estremo A dell'asta più lunga è vincolato tramite una cerniera fissa posta su di un punto O di una guida orizzontale r . Sul sistema oltre alla forza peso agiscono le forze elastiche $-k(C - \overline{C})$ e $-k(D - \overline{D})$ applicate rispettivamente in D , punto medio dell'asta di estremi A e B , e in C , con k costante positiva, \overline{C} la proiezione ortogonale di C su r e \overline{D} la proiezione ortogonale di D sulla guida s passante per O e perpendicolare a r .

Si risolvano i seguenti quesiti:

1. si determini la matrice d'inerzia del sistema rispetto al polo B relativamente a una base solidale al rigido;
2. si scriva un integrale primo di moto;
3. si trovi la reazione vincolare in A durante il moto.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Industriale, a.a. 2015/2016
Prova scritta di Fisica Matematica - 2 aprile 2019
Prof. V. Romano

PARTE A

Quesito 1

Si studino le singolarità finite della funzione $f(z) = \frac{z - \sinh z}{z^3(z^2 + 1)}$ e si calcoli $\oint_{\Gamma} f(z) dz$ ove Γ è il bordo, orientato positivamente, del dominio $D = \{z \in \mathbb{C} : |Re z| \leq \frac{3}{2}, |Im z| \leq \frac{3}{2}\}$.

Quesito 2

Si risolva, per $t > 0$, tramite le trasformate di Laplace la seguente equazione

$$y''(t) + y'(t) + y(t) = \delta(t) + H(t)e^{-t},$$

ove $H(t)$ è la funzione di Heaviside.

Quesito 3

Si determini la serie di Fourier del prolungamento periodico della funzione $f : [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \chi_{[-\pi/2, \pi/2]}(x) \cos x$$

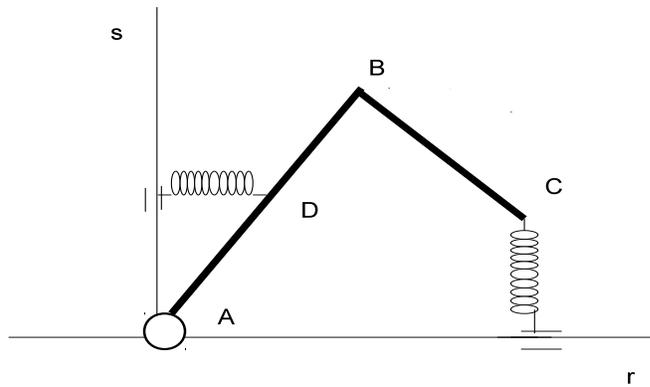
ove $\chi_{[a,b]}$ è la funzione caratteristica relativa all'intervallo $[a, b]$.

PARTE B

Un sistema materiale, omogeneo di massa M , è costituito da due aste rigide, una di lunghezza L e l'altra di lunghezza $L/2$, saldate ad angolo retto come da figura. Il sistema è vincolato a muoversi su di un piano verticale che ruota con velocità angolare costante attorno all'asse verticale s passante per O . L'estremo A dell'asta più lunga è vincolato tramite una cerniera fissa posta su O . Sul sistema oltre alla forza peso agiscono le forze elastiche $-k(C - \bar{C})$ e $-k(D - \bar{D})$ applicate rispettivamente in D , punto medio dell'asta di estremi A e B , e in C , essendo k una costante positiva, \bar{C} la proiezione ortogonale di C su r , asse orizzontale per O , e \bar{D} la proiezione ortogonale di D sulla guida s .

Si risolvano i seguenti quesiti:

1. si determini il momento d'inerzia del sistema rispetto all'asse s ;
2. si scriva un integrale primo di moto;
3. si trovi la reazione vincolare in A durante il moto.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Industriale, a.a. 2015/2016
Prova scritta di Fisica Matematica - 29 aprile 2019
Prof. V. Romano

PARTE A

Quesito 1

Si studino le singolarità finite della funzione $f(z) = \frac{z - \operatorname{sen} z}{z^4(e^z + 1)}$ e si calcoli $\oint_{\Gamma} f(z) dz$ ove Γ è il bordo, orientato positivamente, del dominio $D = \{z \in \mathbb{C} : |\operatorname{Re} z| \leq \frac{3}{2}\pi, |\operatorname{Im} z| \leq \frac{3}{2}\pi\}$.

Quesito 2

Si risolva, per $t > 0$, tramite le trasformate di Laplace la seguente equazione

$$y''(t) + y'(t) + y(t) = \delta(t) + H(t - 1)e^{-t},$$

ove $H(t)$ è la funzione di Heaviside.

Quesito 3

Si determini la serie di Fourier del prolungamento periodico della funzione $f : [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \chi_{[-\pi/2, \pi/2]}(x) \operatorname{sen}^2 x$$

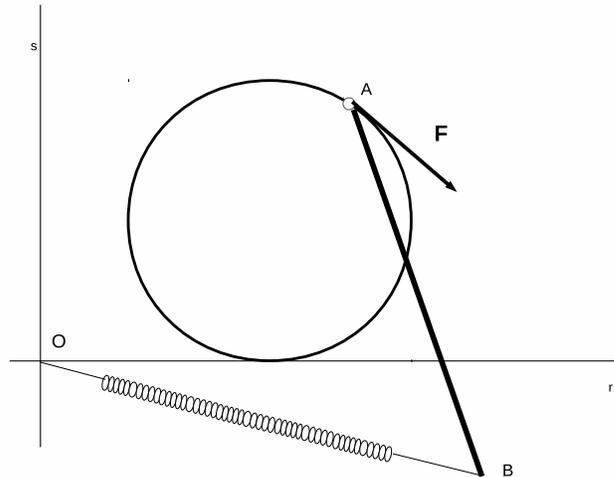
ove $\chi_{[a,b]}$ è la funzione caratteristica relativa all'intervallo $[a, b]$, indicando la funzione somma della serie.

PARTE B

Un sistema materiale è costituito da un'asta rigida omogenea di lunghezza L e massa m e da un disco omogeneo di raggio R e massa M , vincolati a muoversi su di un piano verticale. L'estremo A dell'asta è vincolato tramite una cerniera di massa \bar{m} ad un punto del bordo del disco, il quale a sua volta ruota senza strisciare lungo una guida orizzontale r . Sul sistema oltre alla forza peso agiscono la forza elastica $-k(B - O)$ come da figura, essendo k una costante positiva e O un punto fisso di r , e una forza \mathbf{F} di modulo costante applicata nel nodo in A e avente direzione tangente al bordo del disco. Si supponga che all'istante iniziale il punto A e il punto di contatto tra il disco e la guida r stiano sulla retta s passante per O e ortogonale a r .

Si risolvano i seguenti quesiti:

1. si verifichi se la forza \mathbf{F} è conservativa;
2. si scriva un integrale primo di moto;
3. si trovino le reazioni vincolari durante il moto.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Industriale, a.a. 2015/2016
Prova in itinere di Fisica Matematica - 3 maggio 2019
Prof. V. Romano

PARTE A

Quesito 1

Si studino le singolarità finite della funzione $f(z) = \frac{1 - \cos z}{z^3(e^z + 1)}$ e si calcoli $\oint_{\Gamma} f(z) dz$ ove Γ è il bordo, orientato positivamente, del dominio $D = \{z \in \mathbb{C} : |Re z| \leq \frac{3}{2}\pi, |Im z| \leq \frac{3}{2}\pi\}$.

Quesito 2

Si risolva, per $t > 0$, tramite le trasformate di Laplace la seguente equazione

$$y''(t) + y'(t) + y(t) = \text{sen}(t)\delta'(t) + H(t-2)e^{-t},$$

ove $H(t)$ è la funzione di Heaviside e $\delta(t)$ la delta di Dirac.

Quesito 3

Si determini la serie di Fourier del prolungamento periodico della funzione $f : [-\pi, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \chi_{[-\pi/2, \pi/2]}(x) \cos^2 x$$

ove $\chi_{[a,b]}$ è la funzione caratteristica relativa all'intervallo $[a, b]$, indicando la funzione somma della serie.