Università degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Meccanica, a.a. 2002/2003

Prova scritta di Analisi Matematica 2 del 7 gennaio 2003

Prof. V. Romano

Quesito 1

Determinare gli eventuali estremi relativi della funzione

$$f(x,y) = xy \log\left(x^2 + y^2\right)$$

Quesito 2

Calcolare l'integrale $\displaystyle \int\int_D \frac{|y|}{x}\, dxdy$ ove $D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R} : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 2x\right\}$

Quesito 3

Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{2y^3 + x^3}{xy^2} \\ y(1) = 1 \end{cases}$$

Quesito 4

Verificare che il seguente campo vettoriale è conservativo e determinarne il potenziale

$$\mathbf{v} = \left(2x \log y + 2ye^{2x},\ \frac{x^2}{y} + e^{2x},\ 0\right).$$

Università degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Meccanica, a.a. 2002/2003

Prova scritta di Analisi Matematica 2 del 28 marzo 2003

Prof. V. Romano

Quesito 1a

Studiare la convergenza semplice e uniforme delle serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n^2+1} \operatorname{sen}^n x, \quad \sum_{n=1}^{\infty} x^n \, n \operatorname{sen} \frac{1}{n}$$

Quesito 2a

Determinare gli eventuali estremi relativi della funzione

$$f(x,y) = \log\,(x^2+y^2) - (2x+y)$$

e gli estremi assoluti della restrizione all'insieme $D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2+y^2 \leq 2\right\}$.

Quesito 3a

Verificare che l'equazione

$$x \operatorname{sen} y + y - \frac{\pi}{2} = 0,$$

in un intorno di $x=0$ definisce implicitamente una funzione $y = f(x)$, determinando poi lo sviluppo di Mac Laurin di $f(x)$ al secondo ordine con il resto nella forma di Peano.

Quesito 1b

Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} (x^2-1)\; y' = y\,(y-x) \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

Quesito 2b

Calcolare l'integrale $\displaystyle\int\int_D \frac{x}{x^2+y^2}\, dxdy$ ove $D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1, x^2+y^2 \geq 1\right\}$

Quesito 3b

Calcolare il flusso del campo vettoriale $\mathbf{F} = x^3\,\mathbf{i} + y^3\,\mathbf{j} + z\,\mathbf{k}$ attraverso la superficie sferica di centro l'origine e raggio R.

Università degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Meccanica, a.a. 2002/2003

Prova in itinere di Analisi Matematica 2 del 28 marzo 2003-Prova di recupero

Prof. V. Romano

Quesito 1b

Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y''' - 9\,y' = 3\,x + x\,e^{3\,x}$$

Quesito 2b

Provare che la forma differenziale

$$\left(\frac{z+xy}{xz} + \frac{y}{x^2+y^2}\right) dx + x\left(\frac{1}{z} - \frac{1}{x^2+y^2}\right) dy + \frac{z-xy}{z^2} dz$$

è esatta nell'insieme $x > 0$, $y > 0$, $z > 0$, determinandone ivi una primitiva.

Quesito 3b

Calcolare il seguente integrale

$$\int\int_D \frac{2y-x}{\sqrt{x^2+4y^2}}\; dx\, dy$$

ove $D = \left\{(x,y,) \in \mathbb{R}^2 : 0 \le 2y \le x,\; x^2+4y^2 \le 4\right\}$.

Università degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Meccanica, a.a. 2002/2003

Prova scritta di Analisi Matematica 2 del 9 aprile 2003

Prof. V. Romano

Quesito 1a

Sviluppare in serie di Mac Laurin la funzione $f(x) = x\left(\dfrac{1}{1+2x} + e^{2x}\right)$.

Quesito 2a

Determinare gli eventuali estremi relativi della funzione

$$f(x,y) = (x^2+y^2)\, e^{2x+3y}$$

e gli estremi assoluti della restrizione all'insieme $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2+y^2 \leq 1\}$.

Quesito 3a

Determinare gli estremi della funzione

$$f(x,y,z) = x^2 + y^2 + 3z,$$

sotto il vincolo $x + y + z = 1$.

Quesito 1b

Scrivere l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y''' - y'' + y' - y = 2\,e^x - 4\cos x.$$

Quesito 2b

Calcolare l'integrale $\displaystyle\int\int_D x^2 y\; dxdy$ ove $D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 :\ x^2 \leq y \leq x, \quad xy \leq \dfrac{1}{4}\right\}$

Quesito 3b

Calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma x\; dy$, ove γ rappresenta la curva di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x = e^t \\ y = \log(1+e^t) \end{cases} \qquad t \in [0, \log 2].$$

Università degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Meccanica, a.a. 2002/2003

Prova scritta di Analisi Matematica 2 del 2 luglio 2003

Prof. V. Romano

Quesito 1

Sviluppare in serie di Mac Laurin la funzione $f(x) = x^3 \log(1 + x^3)$ e studiare la convergenza semplice e uniforme della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} 2^n \frac{\sqrt{n} + n(-1)^n}{n^2} \; x^n$$

Quesito 2

Determinare gli eventuali estremi relativi della funzione

$$f(x, y) = (1 + y^2) \log (5 - x^2)$$

e gli estremi assoluti della restrizione al triangolo di vertici i punti $A(0, 0)$, $B(1, 0)$, $C(0, 1)$

Quesito 3

Provare che il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \cos(x + y) \ \mathrm{tg}\ y^2 \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

ammette localmente una sola soluzione e poi determinarla

Quesito 4

Calcolare l'integrale $\displaystyle\int\int_D \frac{x^2}{y^2} \; dxdy$ ove $D = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \le x^2 + y^2 \le 2x\right\}$

Università degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Meccanica, a.a. 2002/2003

Prova scritta di Analisi Matematica 2 del 5 settembre 2003

Prof. V. Romano

Quesito 1

Si sviluppi in serie di Fourier la funzione $f : [-\pi, \pi] \longmapsto \mathbb{R}$ definita da $f(x) = e^{|x|}$.

Quesito 2

Si trovi per $x > 0$ l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y'' + \frac{2\,y'}{x} - \frac{2\,y}{x^2} = \frac{1}{x^4}$$

Quesito 3

Si provi che la forma differenziale

$$\omega = \frac{2\,z}{x^2 + y^2 + 1}\,(x\,dx + y\,dy) + \log(x^2 + y^2 + 1)\,dz$$

è esatta e si calcoli poi $\int_\gamma \omega$, ove γ è la curva di equazioni parametriche

$$x(t) = e^{t^2}, \quad y(t) = e^{t^2}, \quad z(t) = t, \quad t \in [0, 1]$$

con l'orientazione determinata dalla parametrizzazione assegnata.

Quesito 4

Si calcoli il flusso del campo vettoriale $\mathbf{F}(x, y, z) = x^3\mathbf{i} + y^3\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ attraverso la superficie data dalla frontiera dell'intersezione della sfera di centro l'origine e raggio $R > 0$ con l'insieme $x \geq 0$, $y \geq 0, z \geq 0$.

Università degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Meccanica, a.a. 2002/2003

Prova scritta di Analisi Matematica 2 del 20 settembre 2003

Prof. V. Romano

Quesito 1

Si studi la convergenza puntuale e uniforme della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^4\left(1-\cos\frac{1}{n}\right)}$$

Quesito 2

Si risolva il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (x+y)^2 \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

Quesito 3

Si determinino gli eventuali estremi relativi della funzione

$$f(x,y) = (x^2-y^2)(x^2-2y)$$

Quesito 4

Si calcoli il flusso del campo vettoriale $\mathbf{F}(x,y,z) = xy\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ attraverso la superficie S di equazione

$$z = x^2+y^2, \quad 0 \le x^2+y^2 \le 1$$

Università degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Meccanica, a.a. 2002/2003

Prova scritta di Analisi Matematica 2 del 22 dicembre 2003

Prof. V. Romano

Quesito 1

Studiare la convergenza della serie

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(\log x)^n}{\log\, n}$$

Quesito 2

Trovare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y''' + y = e^x + \operatorname{sen}\, x$$

Quesito 3

Determinare il campo di esistenza e gli eventuali estremi relativi della funzione

$$f(x, y) = \log\left[(2x-1)(x^2+y^2-1)\right]$$

Quesito 4

Dire se la forma differenziale $\omega = -2xze^{-(x^2+y^2)}\, dx - 2yze^{-(x^2+y^2)}\, dy + e^{-(x^2+y^2)}\, dz$ è esatta e calcolare $\int_\gamma \omega$, essendo γ la curva di equazioni parametriche

$$x(t) = \log(1+t^2), \quad y(t) = e^t, \quad z = e^t \quad t \in [0, 1]$$

con l'orientamento dato dalla parametrizzazione stessa.

Università degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Meccanica, a.a. 2004/2005

Prova scritta di Analisi Matematica 2 del 4 marzo 2005

Prof. V. Romano

Quesito 1

Si calcoli il limite

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\text{sen } x^2 y}{x^2+2y^2}$$

e si sviluppi in serie di Mc Laurin la funzione

$$f(x) = \frac{x^2+1}{x-1}$$

.

Quesito 2

Si risolva il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' + x(y+\pi y^2) = 0 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

Quesito 3

Si determinino gli estremi della funzione

$$f(x,y,z) = x - y + z^2$$

sotto il vincolo

$$F(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2 - 2 = 0.$$

Quesito 4

Si calcoli il flusso del campo vettoriale $\mathbf{F}(x,y,z) = \frac{1}{x}\,\mathbf{i} + \frac{1}{y}\,\mathbf{j} + \frac{1}{z}\,\mathbf{k}$ attraverso la intersezione della superficie sferica di centro l'origine e raggio $R > 0$ con l'insieme $z \geq 0$, orientata in maniera congruente con $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$.

Università degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Meccanica, a.a. 2004/2005

Prova scritta di Analisi Matematica 2 del 18 aprile 2005

Prof. V. Romano

Quesito 1

Si studi la convergenza semplice e uniforme della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n\sqrt{n}}{n^3+4}\,(1-x^2)^n,$$

e si scriva lo sviluppo in serie di Mac Laurin di

$$f(x) = x\left[x + \log(1+x^2)\right]$$

Quesito 2

Determinare gli eventuali estremi relativi della funzione

$$f(x,y) = \log_{1/e}\left[y\,(x^2+2y^2-1)\right]$$

Quesito 3

Si determini l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y''' + y' = x\,\cos 2x$$

Quesito 4

Si calcoli il flusso del campo vettoriale $\mathbf{F} = xz\,\mathbf{i} + 2yz\,\mathbf{j} + e^{z^2}\,\mathbf{k}$ attraverso la superficie cilindrica $\Sigma = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2+y^2 = 1,\ 0 \le z \le h\right\}$ secondo l'orientazione esterna, essendo h una costante positiva.

Università degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Meccanica, a.a. 2004/2005

Prova scritta di Analisi Matematica 2 del 16 maggio 2005 - TRACCIA A

Prof. V. Romano

Quesito 1

Si studi la convergenza semplice e uniforme della serie

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\log^n x}{\log n^2}$$

Quesito 2

Si dimostri che l'equazione

$$f(x,y) = 3y^3 + log(x+2y) - 3xy = 0$$

definisce implicitamente in un intorno di $x = 1$ una funzione $y(x)$ tale che $y(1) = 0$.

Si fornisca poi uno sviluppo in serie di Taylor di $y(x)$ arrestato al secondo ordine incluso.

Quesito 3

Si determini l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y'' + y = \text{sen } x \cos 2x$$

Università degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Meccanica, a.a. 2004/2005

Prova scritta di Analisi Matematica 2 del 16 maggio 2005 - TRACCIA B

Prof. V. Romano

Quesito 1

Si scriva lo sviluppo in serie di Mac Laurin di

$$f(x) = \frac{x^2 + x}{\sqrt[3]{2\,x + 1}}$$

Quesito 2

Si determinino gli eventuali estremi relativi della funzione

$$f(x, y) = (|x| + y)e^{-x\,y}$$

Quesito 3

Si trovi l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$xy' + (x + 1)y = 3x^2 e^{-x}$$

Università degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Meccanica, a.a. 2004/2005

Prova scritta di Analisi Matematica 2 del 16 maggio 2005 - TRACCIA C

Prof. V. Romano

Quesito 1

Si scriva lo sviluppo in serie di Fourier della funzione

$$f(x) = \begin{cases} 1 & -\pi < x < -\frac{\pi}{2} \\ 0 & -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ \text{sen } x & \frac{\pi}{2} < x \leq \pi \end{cases}$$

Quesito 2

Si determinino gli eventuali estremi relativi della funzione

$$f(x,y) = \text{sen } \; xy$$

nell'insieme $]-2,2[\times]-2,2[$.

Quesito 3

Si determini l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y'' + y = \text{sen } 2x \, \cos x$$

Università degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Meccanica, a.a. 2004/2005

Prova scritta di Analisi Matematica 2 del 16 maggio 2005 - TRACCIA D

Prof. V. Romano

Quesito 1

Si calcoli in $x > 0, y > 0$ il limite

$$\lim_{(x,y)\mapsto(0,0)} \frac{xy - \operatorname{sen} xy}{x^2 + xy}$$

Quesito 2

Dopo aver constatato che l'equazione

$$f(x,y) = x^3 + y^3 - x^2 y - 1 = 0$$

possiede soluzioni reali con $x = 1$, scelta una di queste si dimostri che in un intorno di quest'ultima resta definita implicitamente una funzione $y(x)$.

Si fornisca poi uno sviluppo in serie di Taylor di $y(x)$ arrestato al secondo ordine incluso.

Quesito 3

Si determini l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y = x(y' - x\,\cos x)$$

Università degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Meccanica, a.a. 2004/2005

Prova scritta di Analisi Matematica 2 del 29 giugno 2005

Prof. V. Romano

Quesito 1a

Si studi la convergenza semplice e uniforme della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{\sqrt{3n^2+1}}\,(e^x-1)^n,$$

Quesito 2a

Determinare gli eventuali estremi relativi della funzione

$$f(x,y) = xy^2 + x^2 + y^2 - 1$$

e gli estremi assoluti nel triangolo di vertici A(0,0), B(1,0),C(0,1).

Quesito 3a

Si risolva il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = y + |x|\; y^2 \\ y(-1) = -1 \end{cases}$$

Quesito 1b

Si provi che la forma differenziale

$$\omega = \cos x\; e^{yz}\,dx + z \text{ sen } x\; e^{yz}\,dy + y \text{ sen } x\; e^{yz}\,dz$$

è esatta e si valuti poi $\int_\gamma \omega$, essendo γ la curva parametrica

$$x(t) = t,\;\; y(t) = e^t,\;\; z(t) = e^{-t} \quad \text{con} \quad t \in [0, \pi/2]$$

Quesito 2b

Si calcoli l'integrale

$$\int\int_D x^2\, y^3\, dx\, dy$$

ove $D = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : 1 \le xy^2 \le 2, 1 \le xy \le 2\}$.

Quesito 3b

Si calcoli il flusso del campo vettoriale $\mathbf{F} = x\,\mathbf{i} + y\,\mathbf{j} + z\,\mathbf{k}$ attraverso la superficie $\Sigma = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : z = x^2 + 2\,y^2,\; 0 \le z \le h\right\}$ secondo l'orientazione esterna al paraboloide, essendo h una costante positiva.

Università degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Meccanica, a.a. 2004/2005

Prova scritta di Analisi Matematica 2 del 15 luglio 2005

Prof. V. Romano

Quesito 1a

Si scriva la serie di Fourier della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \cos x & 0 \leq x \leq \pi \\ -x - 1 & -\pi \leq x < 0 \end{cases}$$

Quesito 2a

Determinare gli eventuali estremi relativi della funzione $f(x, y, z) = xy - z$ sotto il vincolo

$$\begin{cases} F_1(x, y, z) = z - x^2 - y^2 \\ F_2(x, y, z) = x + y + z - 2 \end{cases}$$

Quesito 3a

Si trovi l'integrale generale del sistema

$$\begin{cases} x'(t) + 2y'(t) &= \text{sen}\, t \\ x''(t) - y(t) &= t\, e^t \end{cases}$$

Quesito 1b

Si provi che la forma differenziale

$$\omega = \frac{z}{x}\, dx + \frac{z}{y}\, dy + \log xy\ dz$$

è esatta nell'insieme $x > 0, y > 0$ e si valuti poi $\int_\gamma \omega$, essendo γ la curva parametrica

$$x(t) = e^t,\ y(t) = e^t,\ z(t) = t \quad \text{con} \quad t \in [0, 1]$$

Quesito 2b

Si calcoli l'integrale

$$\int\int_D y\, e^{-x\, y}\, dx\, dy$$

ove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \leq 2y \leq 2x,\ 0 \leq xy \leq 1\}$.

Quesito 3b

Si verifichi con un calcolo diretto che risulta valido il teorema di Stokes considerando il flusso del campo vettoriale $\mathbf{F} = x^2\, \mathbf{i} + y\, \mathbf{j} + z^2\, \mathbf{k}$ attraverso la superficie

$$\Sigma = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = x^2 + 2\, y^2,\ 0 \leq z \leq h\right\}$$

.

Università degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Meccanica, a.a. 2004/2005

Prova scritta di Analisi Matematica 2 del 2 settembre 2005

Prof. V. Romano

Quesito 1a

Si calcoli tramite integrazione per serie l'integrale

$$\int_0^1 \frac{e^{-t^2}}{\sqrt{t}}\, dt$$

Quesito 2a

Determinare gli eventuali estremi assoluti e relativi della funzione

$$f(x,y) = (x^2 - x)\,\mathrm{sen}\;y$$

nell'insieme $A = [0, 2\pi] \times [0, 2\pi]$.

Quesito 3a

Si determini l'integrale generale del sistema di equazioni differenziali

$$\begin{cases} x'(t) + 2y'(t) = t^2\, e^t \\ y'(t) + x(t) + y(t) = \cos\, t \end{cases}$$

Quesito 4

Tramite una verifica diretta si constati la validità del teorema di Stokes relativamente al campo vettoriale $\mathbf{F} = xy\,\mathbf{i} + y\,\mathbf{j} + z\,\mathbf{k}$ e alla superficie

$$\Sigma = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = R^2,\; z \geq 0\right\},$$

con R costante reale positiva.

Università degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Meccanica, a.a. 2004/2005

Prova scritta di Analisi Matematica 2 del 19 settembre 2005

Prof. V. Romano

Quesito 1

Si calcoli tramite integrazione per serie l'integrale

$$\int_0^2 \frac{\sin x}{x}\, dx$$

Quesito 2

Si determinino gli eventuali estremi relativi della funzione

$$f(x,y) = \log\,(x - x^2)^{y^2+y},$$

ricercandone, poi, quelli assoluti in $[\frac{1}{4}, \frac{3}{4}] \times [-1, 1]$.

Quesito 3

Si risolva il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = y\ \log|x| + |2+x|\ y^2 \\ y(-1) = 1 \end{cases}$$

Quesito 4

Tramite una verifica diretta si constati la validità del teorema di Stokes relativamente al campo vettoriale $\mathbf{F} = x^2\,\mathbf{i} + y^2\,\mathbf{j} + xy\,\mathbf{k}$ e alla superficie

$$\Sigma = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = R^2,\ 0 \le z \le h\right\},$$

con R e h costanti reali positive.

Università degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Meccanica, a.a. 2005/2006

Prova scritta di Analisi Matematica 2 del 3 febbraio 2006

Prof. V. Romano

Quesito 1

Si scriva lo sviluppo in serie di Fourier dell'estensione periodica della funzione $f : [-\pi, \frac{\pi}{2}] \mapsto \mathbb{R}$, definita da $f(x) = |\cos x|$.

Quesito 2

Si provi che l'equazione

$$F(x, y, z) = (x + \log y) \text{ sen } z + \log x = 0$$

definisce implicitamente in un intorno del punto $P_0(1, e, 0)$ una funzione $z = f(x, y)$, dando di quest'ultima uno sviluppo di Taylor sino al secondo ordine incluso.

Quesito 3

Si determini l'integrale generale del sistema di equazioni differenziali

$$\begin{cases} x'(t) - y'(t) = t\, e^{-t^2/2} \\ y'(t) + t\, x(t) = t \end{cases}$$

Quesito 4

Si calcoli l'integrale di superficie

$$\int_\Sigma x^2 y \ \log(1 + z)\, d\sigma$$

ove Σ è la superficie cilindrica $\left\{(x, y, z,) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + \frac{y^2}{2} = 1,\ 0 \leq z \leq h\right\}$, con h costante reale positiva.

Università degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Meccanica, a.a. 2005/2006

Prova scritta di Analisi Matematica 2 del 3 marzo 2006

Prof. V. Romano

Quesito 1

Si calcoli il limite

$$\lim_{(x,y)\mapsto(0,0)} y \left[\frac{\text{senh}\,\sqrt{x^2+y^2} - \sqrt{x^2+y^2}}{x^2+2\,y^2} \right].$$

Quesito 2

Si provi che il sistema

$$\begin{cases} x^2+y^2+t^2-20=0 \\ x+y+t-6=0 \end{cases}$$

definisce in un intorno di $t=0$ due funzioni implicite $x(t)$ e $y(t)$ tali che $x(0)=4$ e $y(0)=2$.

Si determini poi il vettore tangente alla curva $(x(t), y(t))$ nel punto $(x(0), y(0))$, secondo la parametrizzazione scelta.

Quesito 3

Si trovi l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y''(t) - y'(t) = \text{sen}\;\, t + \frac{1}{1-e^{2\,t}}$$

discutendo, al variare del dato iniziale, l'eventuale problema di Cauchy associato.

Quesito 4

Si calcoli l'integrale

$$\int_D x^2 y\; d\,x\,d\,y$$

essendo D l'insieme delimitato dalle due parabole $y=2x^2-4x$, $y=2x-x^2$.

Università degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Meccanica, a.a. 2005/2006

Prova scritta di Analisi Matematica 2 del 28 aprile 2006

Prof. V. Romano

Quesito 1

Si calcoli il limite

$$\lim_{(x,y)\mapsto(0,0)} \sqrt{x^2+y^2}\,\frac{\log(1+x^2+y^2)}{2\,x^2+3\,y^2}.$$

e si studi la convergenza semplice e uniforme della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{sen}^n nx}{n^2+n}$$

Quesito 2

Si provi che l'equazione

$$e^z + x^2 + y^2 - z^2 + xy - 1 = 0$$

definisce implicitamente in un intorno di $(x, y) = (0, 0)$ la funzione $z = f(x, y)$ tale che $f(0, 0) = 0$.

Si verifichi poi se $(0, 0)$ è un punto critico di $f(x, y)$, studiandone in caso affermativo la natura.

Si scriva infine lo sviluppo di Taylor di $f(x, y)$ di centro $(0, 0)$ sino al secondo ordine incluso con il resto nella forma di Peano.

Quesito 3

Si risolva il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(t) = |1-t|y(t) + t - 1 \\ y(2) = \sqrt{e} - 1 \end{cases}$$

Quesito 4

Si calcoli il flusso del campo vettoriale $\mathbf{F} = z\mathbf{i} + x(\mathbf{j} + \mathbf{k})$ attraverso la superficie $\Sigma = \Sigma_1 \cup \Sigma_2$, ove Σ_1 e Σ_2 rappresentano le superfici sferiche di centro l'origine e raggi rispettivamente $R_1 = 1$ e $R_2 = 4$, secondo l'orientazione esterna al dominio delimitato da Σ.

Università degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Meccanica, a.a. 2005/2006

Prova scritta di Analisi Matematica 2 del 23 giugno 2006

Prof. V. Romano

Quesito 1

Si studi la convergenza semplice e uniforme della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{n+1}{n^3}} (1-x)^n$$

e si sviluppi in serie di Mac Laurin la funzione $f(x) = x \log(5 + x^3)$.

Quesito 2

Si determinino gli estremi assoluti della funzione

$$f(x, y) = \log(x^2 + y^2 + 1) + xy$$

nella restrizione

$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2+y^2 \leq 1, -1 \leq x \leq 0, y \geq 0\} \cup \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1-x\}$

Quesito 3

Si risolva il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = x\,y + b(x) \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

dove

$$b(x) = \begin{cases} 0 & \text{se} \quad x \leq 0 \\ x & \text{se} \quad x > 0 \end{cases}$$

La soluzione e di classe C^2 ?

Quesito 4

Si calcoli l'integrale di superficie

$$\iint_{\Sigma} z d\sigma$$

ove $\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = z, 0 \leq z \leq h\}$, essendo h una costante positiva

Università degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Meccanica, a.a. 2005/2006

Prova scritta di Analisi Matematica 2 del 5 luglio 2006

Prof. V. Romano

Quesito 1

Si calcoli il limite

$$\lim_{(x,y)\mapsto(0,0)} x\left[\frac{\operatorname{senh}\sqrt{x^2+y^2}}{x^2+y^2}-\frac{\cosh\sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{x^2+y^2}}\right].$$

e si determini la somma della serie

$$\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k\,\frac{(2\,x)^{2k+2}}{(2k+1)!}$$

Quesito 2

Si provi che il sistema

$$\begin{cases} 3x+y+\operatorname{sen} z=0 \\ x-y+\cos z=0 \end{cases}$$

definisce implicitamente in un intorno di $(x,y,z)=(-\frac{1}{4},\frac{3}{4},0)$ due funzioni $x=f(z)$ e $y=g(z)$.

Si determini poi il vettore unitario tangente alla curva di equazioni parametriche $(f(z),g(z),z)$ nel punto $(-\frac{1}{4},\frac{3}{4},0)$ e si sviluppino le funzioni $f(z)$ e $g(z)$ in serie di Taylor sino al secondo ordine incluso con il resto nella forma di Peano.

Quesito 3

Si risolva il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(t)=\alpha(t)\;y^2(t) \\ y(0)=1 \end{cases}\qquad \text{con}\quad \alpha(t)=\begin{cases} 0 & \text{se}\quad t<-1 \\ t+1 & \text{se}\quad x\geq -1 \end{cases}$$

indicando l'intervallo massimale ove risulta definita la soluzione.

Quesito 4

Si calcoli l'integrale

$$\iint_D x\,y\;dx\,dy$$

ove $D=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : 0\leq x\leq 2,\;0\leq y\leq 2,\;x^2+y^2-4y+3\geq 0\}$.

Università degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Meccanica, a.a. 2005/2006

Prova scritta di Analisi Matematica 2 del 21 luglio 2006

Prof. V. Romano

Quesito 1

Si studi la convergenza uniforme della successione di funzioni

$$f_n(x) = \frac{\text{sen } \ x}{n^2 + x^2}$$

e si calcoli poi per serie l'integrale

$$\int_0^1 \frac{1 + x^2}{(2 + x)^\pi} \, dx.$$

Quesito 2

Si determinino gli estremi relativi della funzione

$$f(x, y) = \arctan \, [x^2(x + y - 3)].$$

Quesito 3

Si risolva il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''(t) + \omega^2 y(t) = \alpha(t) \\ y(0) = y'(0) = 0 \end{cases} \qquad \text{con} \quad \alpha(t) = \begin{cases} 0 & \text{se} \quad t < 0 \\ t & \text{se} \quad 0 \le t < 1 \\ e^{1-t} & \text{se} \quad t \ge 1 \end{cases}$$

essendo ω una costante positiva.

Quesito 4

Si calcoli l'integrale

$$\iiint_E x \, y \; dx \, dy \; dz$$

ove E è il dominio compreso tra il paraboloide $x^2 + y^2 = z$ e il cilindro $x^2 + y^2 = 1$, $z \ge 0$.

Università degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Meccanica, a.a. 2005/2006

Prova scritta di Analisi Matematica 2 del 4 settembre 2006

Prof. V. Romano

Quesito 1

Si calcoli per serie il seguente integrale

$$\int_0^1 x^4 \text{ sen }^2 x \, dx$$

Quesito 2

Si provi che l'equazione

$$x^2 \cos x \, e^y + \text{tg } z + y^2 = 0$$

definisce implicitamente in un intorno di $(\pi/2, 0, 0)$ la funzione $z = f(x, y)$ e si sviluppi poi $f(x, y)$ in serie di Taylor sino al secondo ordine incluso con il resto nella forma di Peano.

Il punto $(\pi/2, 0)$ rappresenta un estremo per $f(x, y)$?

Quesito 3

Si studi l'esattezza della forma differenziale

$$\omega = \left[\log(x^2 + y^2 + z^2) + \frac{2\,x^2}{x^2 + y^2 + z^2} \right] dx + \frac{2\,xy}{x^2 + y^2 + z^2}\, dy + \frac{2\,xz}{x^2 + y^2 + z^2}\, dz$$

e si calcoli poi $\int_\gamma \omega$, ove γ rappresenta la curva ottenuta dalla intersezione nel piano $z = 0$ della circonferenza di centro l'origine e raggio 1 con il primo quadrante, orientata nel verso antiorario.

Quesito 4

Si calcoli il flusso del campo vettoriale $\mathbf{F} = \log(x^2 + 1)\,\mathbf{i} + xe^y\,\mathbf{j} + e^{z^2}\,\mathbf{z}$ attraverso la superficie $\Sigma = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : y = x^2,\ -1 \le x \le 1,\ 0 \le z \le h \right\}$ secondo la normale esterna.

Università degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Meccanica, a.a. 2006/2007

Prova scritta di Analisi Matematica 2 del 11 dicembre 2006

Prof. V. Romano

Quesito 1

Si determinino gli estremi liberi della funzione

$$f(x, y) = 1 + \exp\left(x^2 + y^2 + xy - 2x - y + 1\right)$$

e successivamente quelli assoluti nella restrizione al cerchio chiuso di centro $C(1, 0)$ e raggio unitario.

Quesito 2

Si dimostri che il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = y + \cos xy \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

ammette una sola soluzione. Di questa si dia poi uno sviluppo in serie di Taylor sino al quarto ordine incluso.

Quesito 3

Si calcoli l'integrale curvilineo della forma differnziale

$$\omega = \left(z^3 + \frac{2\,x\,y}{x^2 + z^2}\right) dx + \log(x^2 + z^2)\, dy + \left(3xz^2 + \frac{2\,y\,z}{x^2 + z^2}\right) dz$$

lungo la curva γ di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x(t) = e^{t^2} \\ y(t) = \operatorname{sen}\, \pi t \qquad\qquad t \in [0, 1] \\ z(t) = \log(t + 1) \end{cases}$$

Università degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Meccanica, a.a. 2006/2007

Prova scritta di Analisi Matematica 2 del 31 gennaio 2007

Prof. V. Romano

Quesito 1

Si determinino gli estremi liberi della funzione

$$f(x,y) = 2 + \arctan\big(|y-2|(y-x^2+4)\big)$$

e successivamente quelli assoluti nella restrizione al cerchio di centro l'origine e raggio unitario.

Quesito 2

Sviluppare in serie di potenze di centro $x = 2$ la funzione

$$f(x) = e^x + \frac{x+1}{x+3}$$

Quesito 3

Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{2}{x}\, y + b(x) \\ y(e) = 1/4 \end{cases} \qquad \text{con} \quad b(x) = \begin{cases} \frac{x^2+1}{2\,x} & 0 < x \leq 1 \\ \\ \frac{1-\ln x}{x} & x > 1 \end{cases}$$

Quesito 4

Calcolare il seguente integrale

$$\int_D x\, y\, d\, x\, d\, y$$

con $D = \big\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 9\,x^2 + 4\,x^2 \leq 1,\ 3x + 2y \leq 0\big\}$.

Università degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Meccanica, a.a. 2006/2007

Prova scritta di Analisi Matematica 2 del 23 febbraio 2007

Prof. V. Romano

Quesito 1

Si determinino gli estremi liberi della funzione

$$f(x,y) = \pi + \exp\big(|x|(x^2 + y^2 - 8x + 12)\big)$$

e successivamente quelli assoluti nella restrizione all'insieme

$$T = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1,\ x \leq 0,\ y \geq 0\right\}.$$

Quesito 2

Si sviluppi in serie di potenze di centro $x = 3$ la funzione

$$f(x) = \sin(3x - 9) + \frac{2x+1}{6x+1}.$$

Quesito 3

Si risolva il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' + \frac{b(x)}{1+x^2}\, y = b(x) \\ y(\sqrt{3}) = 11/6 \end{cases} \qquad \text{con} \quad b(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \\ x, & x > 0 \end{cases}$$

Quesito 4

Si calcoli il seguente integrale

$$\int_D x\, y\, d\, x\, d\, y$$

con $D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : -5 \leq x^2 + y^2 - 6x \leq 0,\ x \geq 3,\ y \geq 0\right\}$.

Università degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Meccanica, a.a. 2006/2007

Prova scritta di Analisi Matematica 2 del 27 aprile 2007

Prof. V. Romano

Quesito 1

Determinare gli estremi assoluti della funzione $f(x, y, z) = xy - z$ sotto il vincolo

$$\begin{cases} F_1(x, y, z) = x^2 + y^2 - 1 = 0 \\ F_2(x, y, z) = x + y + z - 2 = 0 \end{cases}$$

Quesito 2

Si provi che il sistema

$$\begin{cases} e^{x\,y\,t} - \cos xt + x^2 - y^2 = 0 \\ e^{y^2\,t} + \sin xyt + xy^3 = 0 \end{cases}$$

definisce in un intorno di $t = 0$ due funzioni implicite $x(t)$ e $y(t)$ tali che $x(0) = 1$ e $y(0) = -1$.

Si determini poi la curva $(x(t), y(t))$ in un intorno di $t = 0$ tramite lo sviluppo in serie di Taylor sino al secondo ordine incluso con il resto nella forma di Peano.

Quesito 3

Calcolare l'integrale $\int\int_D x\, e^y \; dx\, dy$ ove $D = \left\{(x, y) \in \mathbb{R} : x^2 + y^2 \leq 4,\ x \geq 0,\ 0 \leq y \leq 1\right\}$

Quesito 4

Risolvere la seguente equazione differenziale

$$y^{''} + 4\,y = \tan x$$

Università degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Meccanica, a.a. 2005/2006

Prova scritta di Analisi Matematica 2 del 20 giugno 2007

Prof. V. Romano

Quesito 1a

Si studi la convergenza puntuale e uniforme della serie di funzioni

$$\sum_{1}^{\infty} \left(1 - \cos\frac{2}{n}\right)(x+1)^n$$

e si scriva poi lo sviluppo di Mac Laurin sino al secondo ordine incluso della funzione

$$h(x,y) = x^2 \mathrm{sen}\, y + \cos(x+y).$$

Quesito 2a

Si trovino gli estremi relativi della funzione

$$f(x,y) = x^2 y(1+y^2) + \left[x^2 y(1+y^2)\right]^3.$$

e poi gli estremi assoluti nella restrizione all'insieme $[0,1] \times [0,1]$.

Quesito 1b

Si determini la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{\sqrt{y+1}}{x+2} \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

Quesito 2b

Si verifichi la validità del teorema di Stokes relativamente al campo vettoriale $\mathbf{F} = y\,z\ \mathbf{i} + z^2\ \mathbf{j} + x\,y^2\ \mathbf{z}$ e alla superficie $\Sigma = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2+y^2+z^2 = 1,\ -\frac{1}{2} \le z \le \frac{1}{2}\right\}$.

Università degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Meccanica, a.a. 2006/2007

Prova scritta di Analisi Matematica, 11 luglio 2007

Prof. V. Romano

Quesito 1a

Si studi la convergenza puntuale e uniforme della serie di funzioni

$$\sum_{1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n^2 + \text{sen}\ ^2 x}$$

e si scriva lo sviluppo in serie di Mac Laurin della funzione

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{\sqrt[3]{2 + x^2}}$$

Quesito 2a

Si trovino gli estremi relativi della funzione

$$f(x, y) = |y - x^2|\,(xy - x + y - 1)$$

e poi gli estremi assoluti nella restrizione al triangolo di vertici $A(0, 0)$, $B(0.1)$, $C(1, 1)$.

Quesito 1b

Si determini la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 4\,\frac{y}{x} + 2x\sqrt{y} \\ y(1) = 4 \end{cases}$$

Quesito 2b

Si verifichi la validità del teorema di Stokes relativamente al campo vettoriale

$$\mathbf{F} = x\,y\ \mathbf{i} + x\,z\,\mathbf{j} + (x^2 + y^2)\ \mathbf{z}$$

e alla superficie

$$\Sigma = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 - (z - 1)^2 = 0,\ 0 \leq z \leq \frac{\sqrt{2}}{2} \right\}.$$

Università degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Meccanica, a.a. 2005/2006

Prova scritta di Analisi Matematica, 20 luglio 2007

Prof. V. Romano

Quesito 1a

Si studi la convergenza puntuale e uniforme della serie di funzioni

$$\sum_{1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n^2 + \operatorname{sen}^2 x}$$

e si scriva lo sviluppo in serie di Mac Laurin della funzione

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{\sqrt[3]{2 + x^2}}$$

Quesito 2a

Si trovino gli estremi relativi della funzione

$$f(x, y) = |y - x^2|\,(xy - x + y - 1)$$

e poi gli estremi assoluti nella restrizione al triangolo di vertici $A(0, 0)$, $B(0.1)$, $C(1, 1)$.

Quesito 1b

Si determini la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 4\,\frac{y}{x} + 2x\sqrt{y} \\ y(1) = 4 \end{cases}$$

Quesito 2b

Si verifichi la validità del teorema di Stokes relativamente al campo vettoriale

$$\mathbf{F} = x\,y\ \mathbf{i} + x\,z\,\mathbf{j} + (x^2 + y^2)\ \mathbf{z}$$

e alla superficie

$$\Sigma = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 - (z - 1)^2 = 0,\ 0 \le z \le \frac{\sqrt{2}}{2} \right\}.$$

Università degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Meccanica, a.a. 2006/2007

Prova scritta di Analisi Matematica II, 3 settembre 2007

Prof. V. Romano

Quesito 1a

Si studi la convergenza puntuale e uniforme delle serie di funzioni

$$\sum_{1}^{\infty} \frac{e^{-n^2 x}}{n^2}, \quad \sum_{1}^{\infty} e^{-n^2} x^{2\,n}$$

Quesito 2a

Si trovino gli estremi relativi della funzione

$$f(x, y) = |y + x| \ \exp(x^2 + 2y)$$

e poi gli estremi assoluti nella restrizione al quadrato

$$[-1, 0] \times [0, 1]$$

.

Quesito 1b

Si determini la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = y + b(x)\, y^2 \\ y(0) = \frac{1}{e} \end{cases} \qquad \text{con} \quad b(x) = \begin{cases} 0 & \text{se} \quad x < 1 \\ x - 1 & \text{se} \quad x \geq 1 \end{cases}$$

Quesito 2b

Si calcoli il volume del solido ottenuto da una rotazione competa attorno all'asse x del dominio avente per frontiera la curva

$$(x^2 + y^2)^2 - x\, y^2 = 0, \quad \text{con} \quad x \geq 0.$$

Università degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Gestionale, a.a. 2007/2008

Prova scritta di Analisi Matematica del 4 giugno 2008

TRACCIA 1

Prof. V. Romano

Quesito 1a

Si studi la convergenza puntuale e uniforme della serie $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n(n+1) \operatorname{sen}^n x$ e si scriva lo sviluppo in serie di Mac Laurin della funzione $f(x) = x\sqrt[3]{1+x^2}$

Quesito 2a

Si trovino gli estremi relativi della funzione

$$f(x,y) = \exp\left(-|(x^2+x)(y^2-1)|\right)$$

e poi gli estremi assoluti nella restrizione al triangolo di vertici l'origine e i punti $A(1,0)$ e $B(0,1)$.

Quesito 1b

Si risolva il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = x(y-1) + 2x(y-1)^2 \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

Quesito 2b

Si calcoli $\int_\gamma \omega$, ove $\omega = y\cos(xy)\,d\,x + \left[x\cos(xy) + \frac{1}{y}\right]\,d\,y + \frac{1}{z}\,d\,z$ e γ è la curva di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x(t) = t \\ y(t) = 2 + \operatorname{sen} t \qquad t \in [0,\pi] \\ z(t) = e^t \end{cases}$$

Università degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Gestionale, a.a. 2007/2008

Prova scritta di Analisi Matematica del 7 giugno 2008

TRACCIA 2

Prof. V. Romano

Quesito 1a

Si scriva lo sviluppo in serie di Mac Laurin della funzione e $f(x) = x\sqrt[3]{x^4+1}$ e si studi la convergenza puntuale e uniforme della serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} 2^n(1+2n)\ \cos^n x$

Quesito 2a

Si trovino gli estremi relativi della funzione

$$f(x,y) = \exp\left(-|(x^2-2)(y^2+y)|\right)$$

e poi gli estremi assoluti nella restrizione al triangolo di vertici l'origine e i punti $A(1,0)$ e $B(0,1)$.

Quesito 1b

Si risolva il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 2x(y-2)^2 + x(y-2) \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

Quesito 2b

Si calcoli $\int_\gamma \omega$, ove $\omega = \dfrac{1}{x}\,dx - \left[z\,\text{sen}\,(yz) - \dfrac{1}{x}\right]dy - y\,\text{sen}\,(yz)\,dz$ e γ è la curva di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x(t) = t \\ y(t) = 2 + \cos t \qquad t \in [0,\pi] \\ z(t) = e^t \end{cases}$$

Università degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Gestionale, a.a. 2007/2008

Prova scritta di Analisi Matematica 2 del 16 luglio 2008

Prof. V. Romano

Quesito 1a

Si provi che il sistema

$$\begin{cases} e^{x\,t} + e^{y\,t} - x\,y - 2\,t = 0 \\ \sin x - 2\,x\,y + \cos y - t = 0 \end{cases}$$

definisce in un intorno di $t = 1$ due funzioni implicite $x(t)$ e $y(t)$ tali che $x(1) = 0$ e $y(1) = 0$.

Si determini poi la curva $(x(t), y(t))$ in un intorno di $t = 1$ tramite lo sviluppo in serie di Taylor sino al secondo ordine incluso con il resto nella forma di Peano.

Quesito 2a

Studiare la convergenza semplice e uniforme della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n\,n + \ln n}{n^3 + (-1)^{n+1}\,n}\;x^n,$$

e si calcoli il limite

$$\lim_{(x,y)\to(1,0)} \frac{(x-1)^{\,3}\,y^4}{(x-1)^{\,2} + y^4}$$

Quesito 1b

Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = y + b(x)\,y^2 \\ y(0) = 2 \end{cases} \qquad \text{con} \quad b(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0 \\ \\ e^{\,x} - 1, & x > 0 \end{cases}$$

specificando il più ampio intervallo in cui è definita la soluzione.

Quesito 2b

Calcolare il flusso del campo vettoriale $\mathbf{F} = x^5\,\mathbf{i} + 4\,y\,\mathbf{j} + 3\,z\,\mathbf{k}$ attraverso la superficie dell'ellissoide di equazione $x^2 + 16\,y^2 + z^2 = 16$.

Università degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Gestionale, a.a. 2008/2009

Prova scritta di Analisi Matematica 2 del 18 dicembre 2008

Prof. V. Romano

Quesito 1

Studiare la convergenza semplice e uniforme della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n + 2^n \sqrt{n} x^{n+1}}{\sqrt{1+n^4}}$$

Quesito 2

Si determini l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y'' - \frac{2x}{x^2-1} y' + 2\frac{y}{x^2-1} = x^2 - 1$$

tenendo presente che l'equazione omogenea associata ammette soluzioni rappresentate da polinomi di secondo grado.

Quesito 3

Si verifichi la validità del teorema della divergenza di Gauss considerando il flusso del campo vettoriale $\mathbf{F} = x\,\mathbf{i} + y\,\mathbf{j}$ attraverso la superficie delimitata dalla parte di ellissoide di equazione $x^2 + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{9} = 1$, $z \geq 0$ e dal piano $z = 0$.

Università degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Gestionale, a.a. 2008/2009

Prova scritta di Analisi Matematica 2 del 19 febbraio 2009

Prof. V. Romano

Quesito 1

Si determinino gli estremi relativi della funzione

$$f(x,y) = \text{arctg}\ \left[(x^2+y^2-2)\,|x-y|\right]$$

e gli estremi assoluti nell'insieme $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2+y^2 \leq 1\}$.

Quesito 2

Si risolva il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = |x|\ y + |x| \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

Quesito 3

Si verifichi la validità del teorema della divergenza di Gauss considerando il flusso del campo vettoriale $\mathbf{F} = x\,\mathbf{i}+y\,\mathbf{j}+z\,\mathbf{k}$ attraverso la superficie delimitata dalla superficie cilindrica

$$\Sigma_l = \left\{(x,y,z,) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + \frac{y^2}{4} = 1, 0 \leq z \leq h\right\}$$

e dalle porzioni di piano

$$\Sigma_0 = \left\{(x,y,z,) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + \frac{y^2}{4} \leq 1, z = 0\right\}$$

$$\Sigma_h = \left\{(x,y,z,) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + \frac{y^2}{4} \leq 1, z = h\right\}$$

con h costante reale positiva.

Università degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Edile-Architettura, a.a. 2010/2011

Prova scritta di Analisi Matematica 2 del 30 novembre 2010 - TRACCIA A

Prof. V. Romano

Quesito 1

Si scriva la serie di Fourier associata alla funzione $f : \left[-\frac{\pi}{2}, \pi\right[\mapsto \mathbb{R}$, definita da $f(x) = |\cos x|$ e se ne indichi la somma.

Quesito 2

Si determinino gli estremi relativi della funzione

$$f(x,y) = 3 + \operatorname{arctg}\ \left[(x^2 - y^2)(xy - 1)\right]$$

e poi gli estremi assoluti nel triangolo chiuso di vertici i punti $A = (0,0)$, $B = (1,0)$, $C = (0,1)$.

Quesito 3

Si trovino gli estremi della funzione $f(x,y,z) = z + 2$ sotto i vincoli

$$\begin{cases} (x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 - 2 = 0 \\ z - x - y + 2 = 0 \end{cases}$$

Università degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Edile-Architettura, a.a. 2010/2011

Prova scritta di Analisi Matematica 2 del 30 novembre 2010 - TRACCIA B

Prof. V. Romano

Quesito 1

Si scriva la serie di Fourier associata alla funzione $f : \left[-\frac{\pi}{2}, \pi\right[\mapsto \mathbb{R}$, definita da $f(x) = |\text{sen } x|$ e se ne indichi la somma.

Quesito 2

Si determinino gli estremi relativi della funzione

$$f(x, y) = \exp\left[(1 - xy)(y^2 - x^2)\right] + 7$$

e poi gli estremi assoluti nel triangolo chiuso di vertici i punti $A = (0, 0)$, $B = (1, 0)$, $C = (0, 1)$.

Quesito 3

Si trovino gli estremi della funzione $f(x, y, z) = 2 - y$ sotto i vincoli

$$\begin{cases} (x-1)^2 + y^2 + (z-1)^2 - 2 = 0 \\ y + x + z - 2 = 0 \end{cases}$$

Università degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Edile-Architettura, a.a. 2010/2011

Prova scritta di Analisi Matematica 2 del 10/02/2011

Prof. V. Romano

Quesito 1a

Si studi la convergenza puntuale ed uniforme della serie $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\text{sen}^{\,n} x}{\sqrt{\pi + n^3}}$ e si scriva la serie di Mac Laurin di $f(x) = \frac{x+1}{2x+3}$.

Quesito 2a

Si trovino gli estremi della funzione $f(x, y, z) = \exp\left(y(z + x - 1) + x^2 - x + y^2\right)$ sotto i vincoli

$$\begin{cases} y + x + z - 1 = 0 \\ (x-1)^2 + y^2 - 1 = 0 \end{cases}$$

Quesito 1b

Si risolva il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = \alpha(x) y(x) + x \\ y(0) = 1 \end{cases} \qquad \text{con} \quad \alpha(x) = \begin{cases} x & x \geq -1 \\ \dfrac{1}{x} & x < -1 \end{cases}$$

Quesito 2b

Si calcoli il flusso del campo vettoriale $\mathbf{F} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z^2\mathbf{k}$ attraverso la superficie $\Sigma = \Sigma_1 \cup \Sigma_2$ con

$$\begin{aligned} \Sigma_1 &= \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 1, z > 0\right\}, \\ \Sigma_2 &= \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = x^2 + y^2 - 1, x^2 + y^2 \leq 1\right\}. \end{aligned}$$

Università degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Edile-Architettura, a.a. 2010/2011

Prova scritta di Analisi Matematica 2 del 01/03/2011

Prof. V. Romano

Quesito 1a

Si studi la convergenza puntuale e uniforme della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n 2^n + 3^n}{1+n^2} x^n$$

e si calcoli per serie

$$\int_0^1 \operatorname{sen} \sqrt{x}\, d\, x.$$

Quesito 2a

Si determinino gli eventuali estremi relativi della funzione $f(x,y) = \log\left(|x+y|(1-xy)\right)$ e poi gli estremi assoluti della restrizione della $f(x,y)$ all'insieme $[\frac{1}{4}, \frac{3}{4}] \times [-\frac{1}{8}, \frac{1}{8}]$.

Quesito 1b

Si risolva il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = x\left(y + y^3\right) \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

Quesito 2b

Si verifichi la validità del teorema di Stokes prendendo in esame il flusso del campo vettoriale $\mathbf{F} = x^2\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ attraverso la superficie $\Sigma = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : z^2 = x^2 + y^2/4, 1 \leq z \leq 2\right\}$.

Università degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Edile-Architettura, a.a. 2010/2011

Prova scritta di Analisi Matematica 2 del 06/05/2011

Prof. V. Romano

Quesito 1a

Si studi la convergenza puntuale e uniforme della serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \sqrt{n+\pi}\,(x+1)^n$ e si scriva la serie di Mac Laurin della funzione $f(x) = \dfrac{\text{sen } x^2 + \text{sen } x}{x}$.

Quesito 2a

Si trovino gli estremi assoluti e relativi della funzione $f(x,y) = x\,\sqrt{1-x^2-y^2}$.

Quesito 1b

Si determini l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y'' - 4y' + 3y = 2e^x + e^{4x}\sqrt{1+e^x}$$

Quesito 2b

Si calcoli l'integrale

$$\int_D x\,y\,d\,x\,d\,y$$

dove $D = D_1 \cup D_2$ con $D_1 = [0,1]\times[0,1]$ e $D_2 = \left\{(x,y)\in\mathbb{R} : 1 \le y, \left(x-\frac{1}{2}\right)^2 + (y-1)^2 = \frac{1}{4}\right\}$.

Università degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Edile-Architettura, a.a. 2010/2011

Prova scritta di Analisi Matematica 2 del 24/06/2011

Prof. V. Romano

Quesito 1a

Si scriva la serie di Fourier della funzione

$$f(x) = \begin{cases} -1 & -\frac{\pi}{4} < x < 0 \\ 1 & 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

indicandone la funzione somma.

Quesito 2a

Si trovino gli estremi relativi della funzione

$$f(x, y) = 2 \log \left[(x^2 + y^2 - 1)(x + y) \right] + (x^2 + y^2 - 1)(x + y)$$

.

Quesito 1b

Si trovi la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \dfrac{\sqrt{y}}{x^2 + 1} \\ \\ y(1) = 1 \end{cases}$$

Quesito 2b

Si calcoli l'integrale

$$\int_D x^2 \, y \, d\,x \, d\,y$$

dove D è definito dalle relazioni $x^2 + y^2 \leq 1$, $(x - 1)^2 + y^2 \geq 1$, $(x + 1)^2 + y^2 \geq 1$, $y \geq 0$.

Università degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Edile-Architettura, a.a. 2010/2011

Prova scritta di Analisi Matematica 2 del 13/07/2011

Prof. V. Romano

Quesito 1a

Si provi che l'equazione $\log x + (e^y - 1)^2 + (z-1)e^z = 0$ definisce implicitamente una funzione $z = f(x,y)$ in un intorno di $P_0 = (1,0)$. Si verifichi poi se P_0 è un punto stazionario per f ed in caso affermativo se ne studi la natura.

Quesito 2a

Si trovino gli estremi relativi della funzione

$$g(x,y) = 1 + x^4 + y^4 - x^2 + y^2 + \left(x^4 + y^4 - x^2 + y^2\right)^3$$

e gli estremi assoluti in $D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, \sqrt{x} \leq y \leq 1\right\}$.

Quesito 1b

Si trovi la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = y^2 - x^2 + 1 \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

Quesito 2b

Si studi l'esattezza della forma differenziale

$$\omega = \left(y - \frac{2x}{\left(x^2+y^2+z^2\right)^2}\right) d\,x + \left(x - \frac{2y}{\left(x^2+y^2+z^2\right)^2}\right) d\,y - \frac{2z}{\left(x^2+y^2+z^2\right)^2}\, d\,z$$

e si calcoli poi l'integrale $\int_\gamma \omega$ essendo γ il cerchio $z = 0$, $x^2 + y^2 = 1$ percorso una sola volta in senso antiorario a partire dal punto di intersezione con il semiasse positivo dell'asse delle x.

Università degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Edile-Architettura, a.a. 2010/2011

Prova scritta di Analisi Matematica 2 del 28/07/2011

Prof. V. Romano

Quesito 1a

Si scriva la serie di Taylor della funzione

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} + \frac{\text{sen}^2 x}{x^2}$$

e si studi la serie

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\text{sen}^n x}{\log n}.$$

Quesito 2a

Si trovino gli estremi relativi della funzione

$$f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2 - xz$$

e poi, utilizzando il metodo dei moltiplicatori di lagrange, gli estremi assoluti in $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$.

Quesito 1b

Si trovi la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \dfrac{y^2 - 1}{x^2 + 1} \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

Quesito 2b

Si calcoli la misura dell'area della superficie ottenuta ruotando di un angolo giro attorno all'asse y l'arco di curva di equazioni parametriche

$$y = \sqrt{x}, \quad 1 \le x \le 2.$$