Corso di laurea in INGEGNERIA TELEMATICA

Prova in itinere di Analisi Matematica 1

9 novembre 2001

prof. V. Romano

Quesito 1

Calcolare i seguenti limiti

$$\lim_{n\mapsto\infty} \sqrt[n]{\frac{n^2 \log\left(2+\frac{1}{n}\right)}{n!}}, \quad \lim_{x\mapsto\infty} \left(1+\frac{1}{x+\mathrm{sen}x}\right)^{\frac{1}{x^2}}$$

Quesito 2

Individuare un opportuno intervallo all'interno del quale possibile assicurare l'esistenza di uno zero per la funzione

$$f(x) = x + \log x$$

Si indichi poi il numero minimo di iterazioni da effettuare con il metodo di bisezione in modo da garantire un errore, nella determinazione dello zero, non superiore a 10^{-2}.

Quesito 3

Determinare il campo di esistenza e gli asintoti della funzione

$$f(x) = \mathrm{arcsen}\frac{x^2-2}{x^2+1} + \log\left(1+\frac{1}{x-1}\right).$$

Universitá degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Telematica, a.a. 2001/2002

Prova scritta di Analisi Matematica 1 del 6 dicembre 2001

Prof. V. Romano

Quesito 1a

Calcolare i seguenti limiti

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{n^2}{n!}\right)^{\frac{1}{n-1}}, \quad \lim_{n\to\infty}\frac{2^n+n^2}{3^n+n^2}$$

Quesito 2a

Determinare il campo di esistenza, classificare le discontinuitá e scrivere le equazioni degli eventuali asintoti della funzione

$$f(x)=\frac{\log x}{x-1}\,\mathrm{sen}\,\frac{\pi}{\pi x-2}$$

Quesito 1b

Si studi la funzione

$$F(x)=\int_0^x \frac{t}{t^2+1}\,e^{-t^2}\,dt,$$

investigando in particolare la presenza di eventuali asintoti e tracciandone poi un grafico qualitativo.

Quesito 2b

Calcolare il seguente integrale

$$\int \frac{1}{x\sqrt{x^2+x-2}}\,dx$$

Universitá degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Telematica, a.a. 2001/2002

Prova scritta di Analisi Matematica 1 del 20 dicembre 2001

Prof. V. Romano

Quesito 1a

Calcolare i seguenti limiti

$$\lim_{n\to\infty} \left[2 + \frac{1}{\log(n+1)}\right]^{\cos n\pi \ \log n}, \quad \lim_{n\to\infty} (n-1)\log\left(1+\frac{1}{n!}\right).$$

Quesito 2a

Determinare il campo di esistenza e scrivere le equazioni degli eventuali asintoti della funzione

$$f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x^3+1}} \text{ arcsen } \left[1 + \log(3-x)\right].$$

Quesito 1b

Trovare gli estremi relativi e, se esistono, quelli assoluti della funzione

$$F(x) = \begin{cases} \sqrt{\frac{x^2}{3x+1}} & -\frac{1}{3} < x < 0 \\ e^{x-1} & 0 \le x \le 1 \end{cases}$$

Quesito 2b

Determinare l'insieme delle primitive di $f(x) = \sqrt{\frac{2x}{(1-x)^3}}$ e studiare l'esistenza dell'integrale

$$\int_0^1 \sqrt{\frac{2x}{(1-x)^3}}\, dx.$$

Universitá degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Telematica, a.a. 2001/2002

Prova scritta di Analisi Matematica 1 del 14 marzo 2002

Prof. V. Romano

Quesito 1

Calcolare i seguenti limiti

$$\lim_{x\to+\infty}\left[\sqrt{e^{2x}-e^{x}}-e^{x}\right], \quad \lim_{x\to 0}\frac{1}{x-\operatorname{sen}\, x}\int_0^x\left(e^{-t^2}-\cos t\right)dt.$$

Quesito 2

Studiare la funzione

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{x}-\log x & 0<x\le e\\ \frac{3x^2}{x+1} & x\le 0,\, x>e,\, x\neq -1\end{cases}$$

Quesito 3

Determinare l'insieme delle primitive della funzione

$$f(x)=\frac{\log(1-x)}{(x+3)^2}$$

e studiare l'integrabilitá di $f(x)$ nell'intervallo $[0,1]$.

Universitá degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Telematica, a.a. 2001/2002

Prova scritta di Analisi Matematica 1 del 17 giugno 2002

Prof. V. Romano

Quesito 1

Calcolare i seguenti limiti

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{\log(n+1)^2}, \qquad \lim_{x\to 0} \frac{\int_0^x t^2 \operatorname{sen}^2 t\, dt}{\int_0^x t^4\, e^{t^2}\, dt}$$

Quesito 2

Studiare la funzione

$$f(x) = \log \frac{x+3}{x-\pi}$$

Quesito 3

Determinare l'insieme delle primitive della funzione $f(x)$ di cui al quesito 2 e studiare l'esistenza dell'integrale

$$\int_0^\pi \frac{e^x}{\sqrt{\pi^3 - x^3}}\, dx.$$

Universitá degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Telematica, a.a. 2001/2002

Prova scritta di Analisi Matematica, 8 luglio 2002

Prof. V. Romano

Quesito 1

Calcolare i seguenti limiti

$$\lim_{x\to+\infty}\left(1+\frac{1}{x^2}\right)^{\text{sen x}}, \qquad \lim_{x\to-\infty}\left[\sqrt[3]{\log(1+x^2)+1}-\sqrt[3]{\log x^2}\right]$$

Quesito 2

Studiare la funzione

$$f(x)=\begin{cases} e^{\frac{x-1}{x+1}} & x\le 0,\ x\neq -1 \\ \text{sen }(2x+\pi) & x>0 \end{cases}$$

Quesito 3

Risolvere il seguente integrale

$$\int \frac{1}{1+x^2}\text{arctg}^{\,2}\frac{1}{x}\,dx$$

e studiare l'esistenza di

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\text{sen }t}{t(1+t^2)}\,dt.$$

Università degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Telematica, a.a. 2001/2002

Prova scritta di Analisi Matematica 1 del 5 settembre 2002

Prof. V. Romano

Quesito 1

Calcolare i seguenti limiti

$$\lim_{n\to+\infty}\left(\operatorname{sen}\frac{1}{n}\ \log n\right)^{\cos n\pi}, \quad \lim_{n\to+\infty}\operatorname{arctg}\frac{1}{n}\ \log n.$$

Quesito 2

Studiare la funzione

$$f(x)=\frac{x}{\sqrt{|x^2-4|}}$$

e calcolare l'area del sottografico nell'intervallo $[0,2]$.

Quesito 3

Determinare $\displaystyle\int\frac{\operatorname{arctg} x}{\sqrt{x}}\,dx$ e studiare l'esistenza di $\displaystyle\int_2^{\infty}\frac{e^{-t+4}}{\sqrt{t^2-4}}dt.$

Università degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Telematica, a.a. 2001/2002

Prova scritta di Analisi Matematica 1 del 19 settembre 2002

Prof. V. Romano

Quesito 1

Calcolare i seguenti limiti

$$\lim_{x\to 0^+} (\text{sen } x)^{\log(x+1)}, \quad \lim_{x\to 0^+} \frac{1}{\sqrt{x}} \int_0^x \log t \, dt.$$

Quesito 2

Studiare la funzione

$$f(x) = \log \sqrt{x^2 - 4}.$$

Quesito 3

Determinare l'integrale

$$\int x \ \log(x^3 - 1)\, dx$$

Università degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Telematica, a.a. 2002/2003

Prova scritta di Analisi Matematica 1 del 10 dicembre 2002

Prof. V. Romano

Quesito 1a

Calcolare i seguenti limiti

$$\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{n}{n+1}\right)^{n\cos n\pi}, \quad \lim_{x\to 0^+}\frac{\operatorname{sen}\left(x+\frac{1}{\log x}\right)}{e^x-1}.$$

Quesito 2a

Studiare l'esistenza di zeri della funzione $f(x)=e^x-x^2$, indicando per ciascuna eventuale radice un intervallo che la contiene e il numero di passi necessari con il metodo di bisezione per una tolleranza $\varepsilon=10^{-2}$.

Quesito 1b

Determinare il dominio e studiare l'esistenza di asintoti per la funzione

$$F(x)=\int_0^x \frac{e^{-t^2}}{t^3+1}\,dt$$

Quesito 2b

Studiare il carattere delle seguenti serie numeriche

$$\sum_{n=1}^{\infty}\operatorname{sen}\frac{1}{n^2}, \qquad \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n+1}{n}\right)^{-\frac{n^2}{2}}.$$

Università degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Telematica, a.a. 2002/2003

Prova scritta di Analisi Matematica 1 del 27 marzo 2003

Prof. V. Romano

Quesito 1

Calcolare i seguenti limiti

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\operatorname{sen}\frac{1}{n}\right)^{\frac{1}{\operatorname{sen}\frac{1}{n}}}, \quad \lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{sen}^2 2x}{4x^2+2x}$$

Quesito 2

Studiare la funzione

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{x^2-1} & x<-1\\ \log(1+x^2) & x\geq -1\end{cases}$$

Quesito 3

Determinare $\displaystyle\int \operatorname{sen} x \, \tan^2 x \, dx$.

Quesito 4

Studiare la convergenza di

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+1}{\sqrt{n^3+\pi^3}}, \quad \int_{-\pi}^{0}\frac{x+1}{\sqrt{x^3+\pi^3}}\,dx$$

Università degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Telematica, a.a. 2002/2003

Prova scritta di Analisi Matematica 1 del 1 luglio 2003

Prof. V. Romano

Quesito 1

Calcolare i seguenti limiti

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{(e^x - 1)(x^2 + x + 1)}{\sqrt{x}}, \qquad \lim_{x\to 0} \frac{x}{(1-\cos x)\,\mathrm{tg}\; x} \int_0^x e^{-t^2} \mathrm{sen}\; t\, dt$$

Quesito 2

Studiare la funzione

$$f(x) = \log\left(1 + \mathrm{sen}\; x\right)$$

Quesito 3

Determinare

$$\int \frac{e^{2x} + e^{-x}}{\left(1 + e^x\right)^2}\, dx$$

Quesito 4

Studiare la convergenza di

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n + (-1)^n \sqrt{n}}{n^2}, \qquad \int_0^1 \frac{e^x - 1}{x^{3/2}}\, dx$$

Università degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Telematica, a.a. 2002/2003

Prova scritta di Analisi Matematica 1 del 3 settembre 2003

Prof. V. Romano

Quesito 1

Calcolare i seguenti limiti

$$\lim_{x\to\infty} \sqrt{x}\,\text{sen}\,\frac{1}{x}, \qquad \lim_{x\to 0} \frac{x}{\text{sen}^2 x}\int_0^x e^{-t^2}\,dt$$

Quesito 2

Studiare la funzione

$$f(x) = \log(1+\cos x)$$

Quesito 3

Determinare

$$\int e^{2x}\,\text{arctg}\; e^x\,dx$$

Quesito 4

Studiare la convergenza di

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n}\,\text{sen}\,\frac{1}{n}, \qquad \int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{e^x-1}\,dx$$

Università degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Telematica, a.a. 2002/2003

Prova scritta di Analisi Matematica 1 del 19 settembre 2003

Prof. V. Romano

Quesito 1

Calcolare i seguenti limiti

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^3}{(1+x-\cos x)(x+\text{sen }x)}, \qquad \lim_{x\to 0}\, (1-\cos x)^{(x\text{ - sen }x)}$$

Quesito 2

Studiare la funzione

$$f(x) = \log(\text{sen }x\cos x)$$

Quesito 3

Determinare

$$\int \frac{x}{(x^2+1)\log(x^2+1)} \log\log(x^2+1)\, dx$$

Quesito 4

Studiare la convergenza di

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4\left(1-\cos\frac{1}{n}\right)}, \qquad \int_0^1 \frac{x^{5/2}}{1-\cos x}\, dx$$

Università degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Telematica, a.a. 2002/2003

Prova scritta di Analisi Matematica 1 del 7 gennaio 2004

Prof. V. Romano

Quesito 1

Calcolare i seguenti limiti

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{\text{sen } n} \log\left(1 + \frac{\text{sen } n}{n!}\right), \qquad \lim_{x\to 0} \frac{1}{x \,\text{sen }^2 x} \int_0^x t^2 e^{-t^2}\, dt$$

Quesito 2

Studiare la funzione

$$f(x) = \begin{cases} e^x & \text{se} \quad x < 0 \\ x^2 - x & \text{se} \quad 0 \le x \le 1 \\ \text{arctg } \frac{1}{x-1} & \text{se} \quad x > 1 \end{cases}$$

Quesito 3

Determinare il seguente integrale

$$\int \frac{\text{sen } 2x + \cos x}{1 + \text{sen }^2 x}\, dx$$

Quesito 4

Studiare la convergenza di

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\log n^n}, \qquad \int_1^{\infty} \frac{\sqrt{t} - 1}{t^3 - 1}\, dt$$