

## Anno Accademico 2008-2009

Corso di Laurea in MATEMATICA  
Prova in itinere di Analisi Matematica I  
13 Maggio 2009

1. Risolvere in  $\mathbb{C}$  le seguenti equazioni

(1.a)  $iz^3 - 3z^2 - 3iz = 0$ ,

(1.b)  $z^4 - 2z^3 - 2z + 4 = 0$ .

2. Trovare l'estremo inferiore e l'estremo superiore del seguente insieme numerico

$$A = \left\{ \tan \left( \frac{\pi}{3} + \frac{1}{2n} \right) : n \in \mathbb{N} \right\}.$$

3. Provare che gli insiemi numerici

$$B = \left\{ \frac{(-1)^n}{n+1} + 2 : n \in \mathbb{N} \right\}$$

e

$$C = \left\{ \frac{7n+1}{3n} : n \in \mathbb{N} \right\}$$

sono separati e contigui.

4. Calcolare i seguenti limiti

(4.a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^4 + n^3 + 5}{3n^4 + 3n^2 + 1}$ ,

(4.b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-n^6 + 3n + 1}{n^2 + 2}$ ,

(4.c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n - 4^{2n}}{2^{2n}}$ ,

(4.d)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x^2 + 5}{x^2} \right)^{2x^2 + 3}$ .

5. Calcolare, in  $] -\infty, +\infty[$ , le derivate delle seguenti funzioni

(5.a)  $f(x) = x\sqrt{x^2 + 1}$ ,

(5.b)  $f(x) = \tan \frac{x^2}{x^2 + 1}$ ,

(5.c)  $f(x) = e^{\frac{x^3 + x}{x^2 + 5}}$ .

6. Scrivere l'equazione della retta tangente in  $P_0 \equiv (\pi/2, 0)$  al grafico della seguente funzione

$$f(x) = \log_2(\cos^2 x + 1).$$

7. Studiare il carattere delle seguenti serie numeriche

(7.a)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sqrt{n^2 + 1}}{n^4 + 5}$ ,

(7.b)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-5)^n}{n\sqrt{n+1}}$ .