

Anno Accademico 2007-2008
Corso di Laurea in SCIENZE BIOLOGICHE
Prova scritta¹ di Istituzioni di Matematiche

4 Febbraio 2008

Compito B

I Studiare e risolvere il seguente sistema lineare.

$$\begin{cases} 2x + y + 2z + t = 3 \\ 3y - t = 1 \\ x + 2y + z = 2 \end{cases}$$

II Trovare le equazioni delle circonferenze di raggio 5 e passanti per i punti $A \equiv (0, 2)$ e $B \equiv (4, 0)$.

III Trovare il simmetrico del punto $Q_0 \equiv (2, 0, 1)$ rispetto al piano π di equazione $2x - y + z = 0$.

Calcolare l'area del triangolo simmetrico al triangolo $O\hat{A}B$ rispetto al piano di equazione $y = 1$, dove $O \equiv (0, 0, 0)$, $A \equiv (1, 0, 0)$ e $B \equiv (0, 0, 1)$.

IV Determinare il campo di esistenza della seguente funzione:

$$f(x) = \log \frac{x^3 + x^2 - x}{-\sqrt{x^2 - 1}} .$$

V Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x \left(e^{\sin \frac{1}{2x+1}} - 1 \right) .$$

VI Sia data la funzione reale

$$f(x) = \begin{cases} 2 \frac{\sqrt{40-5x}}{5-x} & \text{se } x < 3 \\ x + 1 + \frac{1}{x-2} & \text{se } x \geq 3 \end{cases}$$

dire, giustificando i risultati, se è continua e se è derivabile nel suo insieme di definizione. Trovare gli intervalli in cui è crescente o decrescente. Trovare l'estremo superiore e l'estremo inferiore, e dire se sono rispettivamente massimo e minimo.

¹Durata della prova: 3 ore.

Non è consentito consultare libri o appunti.

Non è consentito uscire dall'aula durante il compito.

La prova si intende superata se si risolvono correttamente tre esercizi dei quali almeno un esercizio tra quelli del gruppo I-III e almeno uno tra quelli del gruppo IV-VI, avendo a disposizione tre ore.