

**MATEMATICA**

26 Giugno 2014

Nome e cognome:

Numero di matricola:

La prova dura due ore e 15 minuti. E' vietato consultare libri ed appunti.

Bisogna svolgere correttamente almeno due esercizi della Parte I e tre esercizi della Parte II.

Gli studenti che devono affrontare la seconda prova in itinere devono svolgere solo la Parte II.

**Parte I**

1. Date le rette di equazioni  $ax + by + c = 0$  e  $a'x + b'y + c' = 0$ , dare una condizione sui coefficienti  $a, b, c$  e  $a', b', c'$  affinché esse non abbiano punti in comune (giustificare la risposta). Scrivere le equazioni di due rette parallele e distinte.
2. Scrivere l'equazione della circonferenza tangente alla retta di equazione  $x - y = 1$  in  $(1, 0)$ , e passante per il punto di coordinate  $(3, 0)$ .
3. Risolvere il seguente sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} 4x - z = 3 \\ -3x + 2y + 7z = 1 \\ 5x + 2y + 5z = 0. \end{cases}$$

**Parte II**

4. Sia  $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ . Dire quando la funzione  $f$  è continua in  $x_0 \in (a, b)$ . Portare un esempio di funzione non continua in un punto del suo insieme di definizione.
5. (Teorema di Fermat). Siano  $f : ]a, b[ \rightarrow \mathbb{R}$  e  $x_0 \in ]a, b[$  un punto di estremo relativo per  $f$ , se esiste  $f'(x_0)$  provare che  $f'(x_0) = 0$ .
6. Studiare la seguente funzione

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 4}.$$

7. Calcolare il seguente integrale definito

$$\int_1^2 x \log x dx.$$

Lo studente che presenta un programma privo del capitolo sull'integrazione deve svolgere, in sostituzione al quesito 7, il quesito 7'.

- 7'. Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{1-x} - 1}{x^3 - 1}.$$