

MATEMATICA

25 Settembre 2014

Nome e cognome:

Numero di matricola:

La prova dura due ore e 15 minuti. E' vietato consultare libri ed appunti.

Bisogna svolgere correttamente almeno due esercizi della Parte I e tre esercizi della Parte II.

Gli studenti che devono affrontare la seconda prova in itinere devono svolgere solo la Parte II.

Parte I

1. Scrivere la distanza tra il punto $P_0 = (x_0, y_0)$ e la retta di equazione $ax + by + c = 0$. Portare un esempio di punto e retta che distano tra di loro 5.
2. Scrivere l'equazione della circonferenza tangente alle rette di equazioni $x + y = -1$ e $x + y = 1$ e avente centro di ordinata -1 .
3. Risolvere il seguente sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} 3x - y + 2z = 1 \\ 2y + z = 0 \\ 3x + y + 3z = 1. \end{cases}$$

Parte II

4. Sia $f : (a, b) \setminus \{x_0\} \rightarrow \mathbb{R}$, con $x_0 \in (a, b)$. Dare la definizione di divergenza a $+\infty$ per x che tende a x_0 di $f(x)$. Portare un esempio di funzione che diverge a $+\infty$ per x che tende ad un opportuno x_0 .
5. Siano $f :]a, b[\rightarrow \mathbb{R}$ e $x_0 \in]a, b[$ un punto di estremo relativo per f , se esiste $f'(x_0)$ provare che $f'(x_0) = 0$.
6. Studiare la seguente funzione

$$f(x) = \frac{x + 5}{x - 3}.$$

7. Calcolare il seguente integrale definito

$$\int_4^5 \log \frac{x + 5}{x - 3} dx.$$

Lo studente che presenta un programma privo del capitolo sull'integrazione deve svolgere, in sostituzione al quesito 7, il quesito 7'.

- 7'. Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x \log \left(1 + \frac{1}{x} \right).$$