

MATEMATICA

16 Luglio 2014

Nome e cognome:

Numero di matricola:

La prova dura due ore e 15 minuti. E' vietato consultare libri ed appunti.

Bisogna svolgere correttamente almeno due esercizi della Parte I e tre esercizi della Parte II.

Gli studenti che devono affrontare la seconda prova in itinere devono svolgere solo la Parte II.

Parte I

1. Date le rette di equazioni $ax + by + c = 0$ e $a'x + b'y + c' = 0$, dare una condizione sui coefficienti a, b e a', b' affinché esse siano parallele (giustificare la risposta). Scrivere le equazioni di due rette parallele.
2. Scrivere l'equazione della circonferenza tangente alla retta di equazione $x + y = -1$ in $(-1, 0)$, e passante per il punto di coordinate $(-3, 0)$.
3. Risolvere il seguente sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} x + z = 3 \\ 3x - y = -1 \\ 7x - 2y + z = 1. \end{cases}$$

Parte II

4. Dare la definizione di asintoto obliquo per una funzione $f :]a, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$. Portare un esempio di una funzione avente un asintoto obliquo.
5. Sia $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$, derivabile in (a, b) . Sia $f'(x) \geq 0$ per ogni $x \in (a, b)$. Provare che f è crescente in (a, b) .
6. Studiare la seguente funzione

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 9}.$$

7. Calcolare il seguente integrale indefinito

$$\int \frac{x^2 - 1}{x^2 - 9} dx.$$

Lo studente che presenta un programma privo del capitolo sull'integrazione deve svolgere, in sostituzione al quesito 7, il quesito 7'.

- 7'. Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\log(x^4 + 1)}{x^5}.$$