

Modulo di MATEMATICA

12 Febbraio 2014

Nome e cognome:

Numero di matricola:

La prova dura due ore e 15 minuti. E' vietato consultare libri ed appunti.

Bisogna svolgere correttamente almeno due esercizi della Parte I e tre esercizi della Parte II.

Gli studenti che devono affrontare la seconda prova in itinere devono svolgere solo la Parte II.

Parte I

1. Date le rette di equazioni $ax + by + c = 0$ e $a'x + b'y + c' = 0$, dare una condizione sui coefficienti a, b, a', b' affinché esse siano ortogonali (giustificare la risposta). Scrivere le equazioni di due rette ortogonali tra loro.
2. Scrivere le equazioni delle due circonferenze tangenti all'asse \vec{y} in $(0, 1)$ ed aventi raggio 3.
3. Risolvere il seguente sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} 3x + y + 2z = 1 \\ 5x - y - z = 2 \\ x + 3y + 5z = 0. \end{cases}$$

Parte II

4. Dare la definizione di punto di massimo o minimo relativo. Portare un esempio di funzione priva di punti di minimo e di massimo relativo.
5. Dimostrare il Teorema di Rolle: sia $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$, continua in $[a, b]$ e derivabile in $]a, b[$ tale che $f(a) = f(b)$, allora esiste $c \in]a, b[$: $f'(c) = 0$.
6. Studiare la seguente funzione

$$f(x) = e^{x^2} - 1.$$

7. Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^1 \frac{2x + 5}{x^2 + 1} dx.$$

Lo studente che presenta un programma privo del capitolo sull'integrazione deve svolgere, in sostituzione al quesito 7, il quesito 7'.

- 7'. Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x - 1)}{x^2 - 1}.$$