

MATEMATICA

11 Giugno 2014

Nome e cognome:

Numero di matricola:

La prova dura due ore e 15 minuti. E' vietato consultare libri ed appunti.

Bisogna svolgere correttamente almeno due esercizi della Parte I e tre esercizi della Parte II.

Gli studenti che devono affrontare la seconda prova in itinere devono svolgere solo la Parte II.

Parte I

1. Date le rette di equazioni $y = mx + q$ e $y = m'x + q'$, dare una condizione sui coefficienti angolari m e m' affinché esse siano ortogonali (giustificare la risposta). Scrivere le equazioni di due rette ortogonali.
2. Scrivere le equazioni delle due circonferenze tangenti in $(-1, 0)$ alla retta di equazione $y = 0$ ed aventi raggio 2.
3. Risolvere il seguente sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} x - 6y + 2z = 2 \\ 2x + 5y = 3 \\ 3x - y + 2z = 5. \end{cases}$$

Parte II

4. Dare la definizione di estremo inferiore per un sottoinsieme di \mathbb{R} . Portare un esempio di sottoinsieme di \mathbb{R} limitato inferiormente.

5. (Teorema di Lagrange). Sia $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$, continua in $[a, b]$ e derivabile in $]a, b[$, allora esiste $c \in]a, b[$ tale che

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}.$$

6. Studiare la seguente funzione

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 1}.$$

7. Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^1 \frac{x + 1}{x^2 + 4} dx.$$

Lo studente che presenta un programma privo del capitolo sull'integrazione deve svolgere, in sostituzione al quesito 7, il quesito 7'.

7'. Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{1-x^2} - 1}{x^2 - 1}.$$