

MATEMATICA

10 Settembre 2014

Nome e cognome:

Numero di matricola:

La prova dura due ore e 15 minuti. E' vietato consultare libri ed appunti.

Bisogna svolgere correttamente almeno due esercizi della Parte I e tre esercizi della Parte II.

Gli studenti che devono affrontare la seconda prova in itinere devono svolgere solo la Parte II.

Parte I

1. Scrivere la distanza tra i punti $P_1 = (x_1, y_1)$ e $P_2 = (x_2, y_2)$, giustificando la risposta.
2. Scrivere l'equazione della circonferenza tangente alle rette di equazioni $x - y = -1$ e $x - y = 1$ e centro di ascissa 1.
3. Risolvere il seguente sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} x + z = -2 \\ 4x + y - 5z = 0 \\ -3x + 2y + z = 1. \end{cases}$$

Parte II

4. Sia $f : (a, b) \setminus \{x_0\} \rightarrow \mathbb{R}$, con $x_0 \in (a, b)$. Dare la definizione di convergenza per x che tende a x_0 di $f(x)$. Portare un esempio di funzione che non converge per x che tende ad un opportuno x_0 .
5. Sia $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$, derivabile in (a, b) . Sia $f'(x) \leq 0$ per ogni $x \in (a, b)$. Provare che f è decrescente in (a, b) .
6. Studiare la seguente funzione

$$f(x) = \log x - \log(x - 1).$$

7. Calcolare il seguente integrale indefinito

$$\int \log \frac{x}{x-1} dx.$$

Lo studente che presenta un programma privo del capitolo sull'integrazione deve svolgere, in sostituzione al quesito 7, il quesito 7'.

- 7'. Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{x^4-1} - 1}{x - 1}.$$