

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
ANNO ACCADEMICO 2010-2011

Prova scritta di **Analisi Matematica III (6 CFU)**

(per gli studenti dei corsi di laurea in Matematica e in Matematica per le Applicazioni)
Prima sessione - II appello - 24 Febbraio 2011

- 1) Non si possono consultare libri o appunti.
 - 2) Tempo: due ore.
-

I

Determinare le coordinate del baricentro del dominio T di \mathbb{R}^3 definito dalle limitazioni:

$$x^2 + y^2 \leq (z - 1)^2 \leq 2(x^2 + y^2), \quad 0 \leq z \leq 1.$$

II

Provare che la forma differenziale:

$$\omega \equiv (\sin^2 y - y \sin 2x) dx + (x \sin 2y + \cos^2 x) dy$$

è esatta in \mathbb{R}^2 e calcolarne l'integrale lungo la curva piana γ di equazioni parametriche:

$$\begin{cases} x = t \\ y = t \end{cases}, \quad t \in \left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right],$$

percorsa nel verso che va da $A \equiv \left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right)$ a $B \equiv \left(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$.

III

Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = (e^y - 1) x^2 \\ y(0) = -1. \end{cases}$$