UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA ANNO ACCADEMICO 2009-2010

Prova scritta di Analisi Matematica III (6 CFU)

(per gli studenti dei corsi di laurea in Matematica e in Matematica per le Applicazioni) Terza sessione - I appello - 10 Settembre 2010

- 1) Non si possono consultare libri o appunti.
- 2) Tempo: due ore.

Ι

Dopo aver provato la regolarità della curva piana γ di equazioni parametriche:

$$\begin{cases} x = \int_0^t \frac{1}{\tau + 1} d\tau \\ y = \int_0^t \left(\frac{2}{\tau + 1} + 1\right)^{\frac{1}{2}} d\tau \end{cases}, \quad t \in [1, 2],$$

calcolarne la lunghezza.

II

Calcolare il seguente integrale triplo:

$$\iiint_T \frac{x^3}{x^2 + y^2} \, dx dy dz \,,$$

dove
$$T = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 1 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 4, \ x^2 + y^2 \le z^2, \ x \ge 0, \ y \ge 0, \ z \ge 0\}.$$

III

Risolvere la seguente equazione differenziale:

$$y' = 2 \frac{\sqrt{y+3}}{x}.$$