

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA

ANNO ACCADEMICO 2010-2011

Prova scritta di **Analisi Matematica III (6 CFU)**

(per gli studenti dei corsi di laurea in Matematica e in Matematica per le Applicazioni)

Prima sessione - I appello - 3 Febbraio 2011

1) Non si possono consultare libri o appunti.

2) Tempo: due ore.

I

Detto T il triangolo di vertici: $(0, 0)$, $(\frac{\pi}{4}, 0)$, $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$, calcolare i seguenti tre integrali doppi:

$$\iint_T x \, dx dy, \quad \iint_T x \sin^2 y \, dx dy, \quad \iint_T x \cos^2 y \, dx dy$$

e mostrare che

$$\iint_T x \, dx dy = \iint_T x \sin^2 y \, dx dy + \iint_T x \cos^2 y \, dx dy.$$

II

Siano D il cerchio chiuso di \mathbb{R}^2 di centro il punto $(1, 1)$ e raggio $\frac{1}{2}$ ed S la superficie di \mathbb{R}^3 di equazioni parametriche:

$$\begin{cases} x = u \\ y = v \\ z = 1 + \sqrt{2u + 2v - u^2 - v^2 - 1} \end{cases}, \quad (u, v) \in D.$$

Provare la regolarità della superficie S e calcolarne l'area.

III

Trovare la funzione reale $\varphi(x)$ soluzione del problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y''' = y + x^2 - 1 \\ y(0) = 1, \quad y'(0) = 0, \quad y''(0) = -2 \end{cases}$$

e tracciarne il grafico.