

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
ANNO ACCADEMICO 2011-2012
Prova scritta di **Analisi Matematica II (15 CFU)**
(per gli studenti del corso di laurea in Matematica)
Seconda sessione - I appello - 29 Giugno 2012

- 1) Non si possono consultare libri o appunti.
 - 2) Tempo: tre ore.
-

I

Trovare i punti di minimo e di massimo assoluti della restrizione della funzione:

$$f(x, y) = \text{sen}(x^2 + y^2)$$

alla corona circolare $T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{\pi}{4} \leq x^2 + y^2 \leq 2\pi\}$.

II

Detto X il dominio di \mathbb{R}^3 definito dalle limitazioni:

$$x^2 + y^2 \leq z^2, \quad 1 \leq z \leq 2,$$

determinarne il volume, le coordinate:

$$x_0 = \frac{1}{\text{vol } X} \iiint_X x \, dx \, dy \, dz, \quad y_0 = \frac{1}{\text{vol } X} \iiint_X y \, dx \, dy \, dz, \quad z_0 = \frac{1}{\text{vol } X} \iiint_X z \, dx \, dy \, dz$$

del baricentro ed il momento d'inerzia rispetto all'origine O :

$$I_O = \iiint_X (x^2 + y^2 + z^2) \, dx \, dy \, dz.$$

III

Sia Ω l'aperto di \mathbb{R}^2 definito dalle limitazioni:

$$x > -1, \quad y > -1.$$

Di quali delle seguenti forme differenziali:

$$2xy \, dx + x^2 \, dy, \quad x^2 \, dx + 2xy \, dy, \quad \frac{y}{y+2} \, dx + \frac{2x}{(y+2)^2} \, dy, \quad \cos(x^2 + y^2) \, dx + (x^2 + y^2) \, dy,$$

la funzione $F(x, y) = \frac{xy}{y+2}$ è primitiva in Ω ?

Dire quali delle precedenti forme differenziali sono esatte in Ω e per quelle esatte determinarne le primitive.

IV

Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' = -y' + x^2 + x + 1 \\ y(0) = 0, y'(0) = 0. \end{cases}$$