

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA  
ANNO ACCADEMICO 2010-2011  
Prova scritta di **Analisi Matematica II (15 CFU)**  
(per gli studenti del corso di laurea in Matematica)  
Prima sessione - II appello - 24 Febbraio 2011

---

- 1) Non si possono consultare libri o appunti.
  - 2) Tempo: tre ore.
- 

I

Trovare gli eventuali punti di minimo e di massimo relativi della seguente funzione:

$$f(x, y) = (x + 1)^2(x + 1 - y).$$

II

Determinare le coordinate del baricentro del dominio  $T$  di  $\mathbb{R}^3$  definito dalle limitazioni:

$$x^2 + y^2 \leq (z - 1)^2 \leq 2(x^2 + y^2), \quad 0 \leq z \leq 1.$$

III

Provare che la forma differenziale:

$$\omega \equiv (\sin^2 y - y \sin 2x) dx + (x \sin 2y + \cos^2 x) dy$$

è esatta in  $\mathbb{R}^2$  e calcolarne l'integrale lungo la curva piana  $\gamma$  di equazioni parametriche:

$$\begin{cases} x = t \\ y = t \end{cases}, \quad t \in \left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right],$$

percorsa nel verso che va da  $A \equiv \left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right)$  a  $B \equiv \left(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ .

IV

Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = (e^y - 1)x^2 \\ y(0) = -1. \end{cases}$$