

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
ANNO ACCADEMICO 2009-2010
Prova scritta di **Analisi Matematica II (15 CFU)**
(per gli studenti del corso di laurea in Matematica)
Terza sessione - I appello - 10 Settembre 2010

- 1) Non si possono consultare libri o appunti.
 - 2) Tempo: tre ore.
-

I

Determinare, al variare del parametro reale λ , l'insieme di esistenza e gli estremi superiore ed inferiore della seguente funzione:

$$f(x, y) = \log |x^2 + y^2 - \lambda|.$$

Trovare inoltre gli eventuali punti di massimo e di minimo relativo di $f(x, y)$.

II

Dopo aver provato la regolarità della curva piana γ di equazioni parametriche:

$$\begin{cases} x = \int_0^t \frac{1}{\tau+1} d\tau \\ y = \int_0^t \left(\frac{2}{\tau+1} + 1\right)^{\frac{1}{2}} d\tau \end{cases}, \quad t \in [1, 2],$$

calcolarne la lunghezza.

III

Calcolare il seguente integrale triplo:

$$\iiint_T \frac{x^3}{x^2 + y^2} dx dy dz,$$

dove $T = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, x^2 + y^2 \leq z^2, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}$.

IV

Risolvere la seguente equazione differenziale:

$$y' = 2 \frac{\sqrt{y+3}}{x}.$$