

UNIVERSITÀ DI CATANIA
ANNO ACCADEMICO 2004-2005
Prova scritta di **Analisi Matematica II**
(per gli studenti dei corsi di laurea in Matematica e in Matematica per le Applicazioni)
Terza sessione - II appello - 4 Ottobre 2005

- 1) Non si possono consultare libri o appunti.
 - 2) Tempo: tre ore.
 - 3) I candidati dovranno svolgere i quesiti I, II, III ed uno dei due ultimi (IV o V).
-

I

1. Determinare l'insieme I dei valori reali di λ per cui esiste l'integrale:

$$\int_{\lambda}^{2|\lambda|} \frac{1}{(x-\lambda)^{\frac{\lambda}{3}}} dx.$$

2. Calcolare, per ogni $\lambda \in I$, il precedente integrale.

II

Studiare la convergenza puntuale ed uniforme delle seguenti successioni di funzioni:

$$\{e^{-n(x^2-1)}\}, \quad \{\arctan e^{-n(x^2-1)}\}, \quad \left\{\frac{1}{n} \operatorname{arcsen} \frac{x-1}{x+3}\right\}.$$

III

Provare in \mathbb{R}^2 la continuità della seguente funzione:

$$f(x, y) = \begin{cases} \arctan \frac{2|xy|}{\sqrt{x^2+y^2}} & \text{se } (x, y) \in \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\} \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

IV

Studiare la funzione:

$$f(x) = \operatorname{arcsen} \frac{x-1}{x+3}$$

e tracciarne il grafico.

V

Determinare gli eventuali punti di minimo e di massimo relativi della funzione:

$$f(x, y) = y^2 \operatorname{arcsen} \frac{x-1}{x+3}.$$