

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
Anno Accademico 2010-2011
Prova di Laboratorio di Calcolo (6 CFU)
(per gli studenti del corso di laurea in Matematica)
30 Giugno 2011

Non si possono utilizzare libri o appunti.
Durata della prova: 3 ore.

I

Risolvere in \mathbb{C} la seguente equazione

$$z^7 - iz^6 - 6z + 6i = 0.$$

II

Calcolare i seguenti limiti

- i) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \sin \frac{1}{n}\right)^n$
- ii) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n!}}{\sqrt{n - \cos n}}$
- iii) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\log \frac{1}{n} + \frac{n^2+1}{n} \right]$
- iv) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n k^{1/k}$

III

Siano date le funzioni

$$f(x) = \log x(x+1) + \frac{2x+1}{x+1}, \quad g(x) = x \log x + x \log(x+1).$$

- j) Provare che esiste un sol punto $x_0 > 0$ tale che $f(x_0) = 0$.
- jj) Studiare la funzione $g(x)$ e tracciarne il grafico.

IV

Provare che in $[1, 2]$ risulta $g(x) > 0$. Calcolare l'area dell'insieme

$$T(g) = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \in [1, 2], 0 \leq y \leq g(x)\}.$$