

UNIVERSITÀ DI CATANIA
ANNO ACCADEMICO 2005-2006

Prova scritta di **Analisi Matematica III**

(per gli studenti dei corsi di laurea in Matematica e in Matematica per le Applicazioni)
Terza sessione - II appello - 29 Settembre 2006

- 1) Non si possono consultare libri o appunti.
 - 2) Tempo: due ore.
 - 3) I candidati sono tenuti a svolgere almeno tre quesiti.
-

I

Determinare l'estremo inferiore, l'estremo superiore e gli eventuali punti di minimo e di massimo relativi della funzione:

$$f(x, y) = (x^2 + 1)(y^2 - 1)e^x,$$

nel suo insieme di esistenza.

II

Calcolare il volume dell'insieme T di \mathbb{R}^3 definito dalla legge:

$$T = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, x^2 + y^2 \leq z^2, 0 \leq z \leq \frac{\sqrt{3}}{2}\}.$$

III

Provare che la forma differenziale:

$$x \log(y^2 - 1) dx + \frac{y x^2}{y^2 - 1} dy$$

è esatta in $\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y < -1\} \cup \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y > 1\}$ e calcolarne l'integrale lungo la curva di equazioni parametriche:

$$\begin{cases} x = t \\ y = 3 + \sin t \end{cases}, \quad 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2},$$

percorsa nel verso che va da $A = (0, 3)$ a $B = (\frac{\pi}{2}, 4)$.

IV

Risolvere la seguente equazione differenziale:

$$y^{(4)} + y''' - 2y' = e^{2x}(10x + 1).$$