

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
Anno Accademico 2011-2012
Prova scritta di Analisi Matematica II (15 CFU)
(per gli studenti del corso di laurea in Matematica)
Terza sessione - II appello - 28 Settembre 2012

Non si possono consultare libri o appunti.
Durata della prova: 3 ore.

I

Data la funzione

$$f(x, y) = (x^2 + 4y^2 - 1)^2 x,$$

determinare

- i) l'insieme A dei punti $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ tali che $f(x, y) = 0$;
- ii) l'insieme B dei punti $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ tali che $f(x, y) > 0$;
- iii) l'insieme C dei punti $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ tali che $f(x, y) < 0$;
- iv) gli eventuali punti di minimo e massimo relativi di f .

II

Provare che la superficie S di rappresentazione parametrica

$$\begin{cases} x = u \\ y = \cos(u^2 + v^2) \\ z = v^2 \end{cases} \quad (u, v) \in [-1, 1] \times [1, 2]$$

è regolare. Dato $P_0 = (0, 0, \pi/2) \in S$ scrivere l'equazione del piano tangente a S in P_0 .

III

Calcolare il volume del seguente dominio

$$T = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq z, x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}.$$

IV

Risolvere la seguente equazione differenziale

$$y'' + y' - 2y = \frac{e^x}{e^x + 1}.$$