

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA  
Anno Accademico 2011-2012  
Prova scritta di Analisi Matematica II (15 CFU)  
(per gli studenti del corso di laurea in Matematica)  
Terza sessione - II appello - 28 Settembre 2012

---

Non si possono consultare libri o appunti.  
Durata della prova: 3 ore.

---

**I**

Data la funzione

$$f(x, y) = (x^2 + 4y^2 - 1)^2 x,$$

determinare

- i) l'insieme  $A$  dei punti  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$  tali che  $f(x, y) = 0$ ;
- ii) l'insieme  $B$  dei punti  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$  tali che  $f(x, y) > 0$ ;
- iii) l'insieme  $C$  dei punti  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$  tali che  $f(x, y) < 0$ ;
- iv) gli eventuali punti di minimo e massimo relativi di  $f$ .

**II**

Provare che la superficie  $S$  di rappresentazione parametrica

$$\begin{cases} x = u \\ y = \cos(u^2 + v^2) \\ z = v^2 \end{cases} \quad (u, v) \in [-1, 1] \times [1, 2]$$

è regolare. Dato  $P_0 = (0, 0, \pi/2) \in S$  scrivere l'equazione del piano tangente a  $S$  in  $P_0$ .

**III**

Calcolare il volume del seguente dominio

$$T = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq z, x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}.$$

**IV**

Risolvere la seguente equazione differenziale

$$y'' + y' - 2y = \frac{e^x}{e^x + 1}.$$