

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA  
ANNO ACCADEMICO 2009-2010  
Prova scritta di **Analisi Matematica I**  
(per gli studenti dei corsi di laurea in Matematica e in Matematica per le Applicazioni)  
Prima sessione - II appello - 26 Febbraio 2010

---

I

Trovare i numeri complessi il cui cubo soddisfa l'equazione  $z^2 - i = 0$ .

II

Studiare la funzione:

$$f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 2}$$

e tracciarne il grafico.

III

Provare che i due insiemi numerici:

$$A = \left\{ a \in \mathbb{R} : a = 1 + \frac{x}{x^2 - 2}, x \in ]-\infty, -\sqrt{2}[ \right\}, \quad B = \left\{ b \in \mathbb{R} : b = \frac{y^2 + y - 2}{y^2 - 2}, y \in ]\sqrt{2}, +\infty[ \right\}$$

sono separati e contigui.

IV

Determinare in  $]2, +\infty[$  il numero  $b$  tale che:  $\int_2^b \frac{x}{x^2-2} dx = \frac{1}{2}$  e provare che per questo valore di  $b$  risulta:

$$\int_2^b \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 2} dx = \sqrt{2 + 2e} - \frac{3}{2}.$$

---

I Candidati il cui programma non prevede lo studio degli integrali, al posto del quesito IV dovranno svolgere il seguente:

IV bis

Studiare, nel punto 0, la derivabilità delle seguenti funzioni:

$$|\sin x|, \quad |\cos x|, \quad |x \sin x|, \quad |x \cos x|, \quad |\tan x|, \quad |x \tan x|.$$