

UNIVERSITÀ DI CATANIA
ANNO ACCADEMICO 2005-2006

Prova scritta di **Analisi Matematica III**

(per gli studenti dei corsi di laurea in Matematica e in Matematica per le Applicazioni)
Seconda sessione - II appello - 24 Luglio 2006

- 1) Non si possono consultare libri o appunti.
 - 2) Tempo: tre ore.
 - 3) I candidati sono tenuti a svolgere almeno tre quesiti.
-

I

Sia f la funzione reale definita in \mathbb{R}^2 dalla legge:

$$f(x, y) = \frac{\cosh(x + y)}{\cosh y}.$$

Trovare

- i) i punti di minimo e di massimo assoluti di f in $T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq 1, -y \leq x \leq 1 - y\}$;
- ii) gli eventuali punti di minimo e di massimo relativi di f in \mathbb{R}^2 .

II

Calcolare il seguente integrale doppio:

$$\iint_D \frac{\sinh(x + y)}{\cosh y} dx dy,$$

dove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq y \leq 3, 1 \leq x \leq y\}$.

III

Provare che la curva piana γ di equazioni parametriche:

$$\begin{cases} x = \int_0^t \sqrt{\tau^2 + \tau + 2} d\tau \\ y = \int_0^t \sqrt{2 - \tau} d\tau \end{cases}, \quad t \in [0, 1],$$

è regolare e calcolarne la lunghezza.

IV

Risolvere nell'intervallo $[1, e]$ il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \frac{x+y}{x} \sqrt{\frac{y}{x}} \\ y(1) = 0. \end{cases}$$