

Anno Accademico 2007-2008
Corso di Laurea in SCIENZE BIOLOGICHE
Prova scritta¹ di Istituzioni di Matematiche
del 24 giugno 2008

Compito A

I Studiare e risolvere il seguente sistema lineare.

$$\begin{cases} 2x + y - z + t = 2 \\ y - z = 0 \\ x + t = 1 \end{cases}$$

II Nel piano è assegnato un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $O\vec{x}\vec{y}$.
Trovare l'equazione della circonferenza γ avente diametro il segmento AB , con $A \equiv (5, 2)$ e $B \equiv (1, 0)$.

Trovare l'equazione della retta tangente a γ in A .

III Nel piano è assegnato un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $O\vec{x}\vec{y}$.
Verificare che le rette $r : x - 2y - 3 = 0$ ed $s : 2x - 4y + 6 = 0$ sono parallele.
Dato $P \equiv (3, 0)$ verificare che $P \in r$ e calcolarne la proiezione sulla retta s . Detta Q tale proiezione trovare il punto medio del segmento PQ .
Trovare la retta t equidistante da r ed s .

IV Determinare il dominio della seguente funzione:

$$f(x) = \arcsen \left(1 + \frac{x^3 - 8}{x^2 + 4} \right)$$

V Determinare l'ascissa del punto che verifica il teorema di Lagrange relativo alla funzione:

$$f(x) = \sqrt{x + 3}$$

nell'intervallo $[-3, 1]$. Calcolare l'equazione della retta tangente al grafico parallela alla corda passante per gli estremi $A = (-3, f(-3))$ e $B = (1, f(1))$ secante il grafico (ricordare il suo significato geometrico).

VI Sia data la funzione reale:

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{-9x^2 - 12x} & \text{se } -\frac{4}{3} \leq x \leq 0 \\ \log \frac{4x^2 + 3x}{x^2 + 1} & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

dire, giustificando i risultati, se è continua e se è derivabile nel suo insieme di definizione. Trovare gli intervalli in cui è crescente o decrescente. Trovare l'estremo superiore e l'estremo inferiore, e dire se sono rispettivamente massimo e minimo.

¹Durata della prova: 3 ore.

Non è consentito consultare libri o appunti.

Non è consentito uscire dall'aula durante il compito.

La prova si intende superata se si risolvono correttamente tre esercizi dei quali almeno un esercizio tra quelli del gruppo I-III e almeno uno tra quelli del gruppo IV-VI, avendo a disposizione tre ore.

Anno Accademico 2007-2008
Corso di Laurea in SCIENZE BIOLOGICHE
Prova scritta¹ di Istituzioni di Matematiche
del 24 giugno 2008

Compito B

I Studiare e risolvere il seguente sistema lineare.

$$\begin{cases} x + y + z - t = 1 \\ x + y - t = -1 \\ 2x - y + z + 3t = 0 \end{cases}$$

II Nel piano è assegnato un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $O\vec{x}\vec{y}$.
Trovare l'equazione della circonferenza γ avente diametro il segmento AB , con
 $A \equiv (2, 5)$ e $B \equiv (0, 1)$.

Trovare l'equazione della retta tangente a γ in A .

III Nel piano è assegnato un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $O\vec{x}\vec{y}$.
Verificare che le rette $r : 3x - y - 5 = 0$ ed $s : 6x - 2y + 10 = 0$ sono parallele.
Dato $P \equiv (2, 1)$ verificare che $P \in r$ e calcolarne la proiezione sulla retta s . Detta
 Q tale proiezione trovare il punto medio del segmento PQ .
Trovare la retta t equidistante da r ed s .

IV Determinare il dominio della seguente funzione:

$$f(x) = \arcsen \left(1 + \frac{x^3 - 64}{x^2 + 32} \right)$$

V Determinare l'ascissa del punto che verifica il teorema di Lagrange relativo alla
funzione:

$$f(x) = \sqrt{4 - x}$$

nell'intervallo $[0, 4]$. Calcolare l'equazione della retta tangente al grafico parallela
alla corda passante per gli estremi $A = (0, f(0))$ e $B = (4, f(4))$ secante il grafico
(ricordare il suo significato geometrico).

VI Sia data la funzione reale:

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{-9x^2 + 6x + 3} & \text{se } -\frac{1}{3} \leq x \leq 1 \\ \log \frac{4x^2 - 5x + 1}{x^2 - 2x + 2} & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

dire, giustificando i risultati, se è continua e se è derivabile nel suo insieme di
definizione. Trovare gli intervalli in cui è crescente o decrescente. Trovare l'estremo
superiore e l'estremo inferiore, e dire se sono rispettivamente massimo e minimo.

¹Durata della prova: 3 ore.

Non è consentito consultare libri o appunti.

Non è consentito uscire dall'aula durante il compito.

La prova si intende superata se si risolvono correttamente tre esercizi dei quali almeno un esercizio tra quelli del gruppo I-III e almeno uno tra quelli del gruppo IV-VI, avendo a disposizione tre ore.