

UNIVERSITÀ DI CATANIA
ANNO ACCADEMICO 2003-2004

Prova scritta di **Analisi Matematica II**

(per gli studenti dei corsi di laurea in Matematica e in Matematica per le Applicazioni)
Prima sessione - II appello - 24 Febbraio 2004

I

Calcolare il seguente integrale definito:

$$\int_0^1 e^x \arctan \frac{e^x}{1+e^x} dx.$$

II

Studiare le seguenti serie:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{(n+2)(n+3)}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\log^n(x^2+1)}{n!}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^1 \left[\frac{x}{(n+2)(n+3)} + \frac{\log^n(x^2+1)}{n!} \right] dx$$

e, di quelle convergenti, calcolarne le somme.

III

Dire quali derivate parziali della funzione:

$$f(x, y) = \begin{cases} e^{x-y} - x & \text{se } x - y > 0 \\ 1 - (x - y)^2 & \text{se } x - y \leq 0 \end{cases}$$

esistono nel punto $(0, 0)$.

IV

Trovare i punti

- i) di massimo e di minimo assoluti della restrizione della funzione: $(x^2 + y^2 - 1)(x^2 - y^2)$ al cerchio $x^2 + y^2 \leq 1$;
- ii) di massimo e di minimo relativi della funzione:

$$g(x, y) = \begin{cases} (x^2 + y^2 - 1)(x^2 - y^2) & \text{se } x^2 + y^2 \leq 1 \\ x^2 - y^2 & \text{se } x^2 + y^2 > 1. \end{cases}$$