

Anno Accademico 2007-2008
Corso di Laurea in SCIENZE BIOLOGICHE
Prova scritta¹ di Istituzioni di Matematiche

23 settembre 2008

Compito A

I Al variare di $k \in \mathbb{R}$ studiare e risolvere il seguente sistema lineare.

$$\begin{cases} (k-1)x + y = k+1 \\ 3x + (k+1)y = 9 \end{cases}$$

Suggerimento. I casi significativi sono tre.

II Nel piano è assegnato un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $O\vec{x}\vec{y}$.
Data la circonferenza Γ di centro $C \equiv (4, 3)$ e raggio 1, trovare le equazioni delle rette tangenti a Γ uscenti dal punto $P \equiv (1, 2)$.

III Nello spazio è assegnato un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $O\vec{x}\vec{y}\vec{z}$.
Trovare il simmetrico del punto $P \equiv (1, 2, -1)$ rispetto al piano $\pi : x + y - 2z + 1 = 0$.

IV Determinare il campo di esistenza della seguente funzione:

$$f(x) = \log \frac{x^2 + 5}{\sqrt{x(x^2 - 3)}}.$$

V Calcolare il seguente limite di funzione:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{3x^2 + 1} \cdot \operatorname{sen} \left(\frac{1}{x} \right).$$

VI Sia data la funzione reale

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - 3x + 1 & \text{se } x \geq 0 \\ \log \frac{x^2 + 1}{-x} & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

dire, giustificando i risultati, se è continua e se è derivabile nel suo insieme di definizione. Trovare gli intervalli in cui è crescente o decrescente. Trovare l'estremo superiore e l'estremo inferiore, e dire se sono rispettivamente massimo e minimo.

¹Durata della prova: 3 ore.

Non è consentito consultare libri o appunti. Non è consentito uscire dall'aula durante il compito. La prova si intende superata se si risolvono correttamente tre esercizi dei quali almeno un esercizio tra quelli del gruppo I-III e almeno uno tra quelli del gruppo IV-VI, avendo a disposizione tre ore.

Anno Accademico 2007-2008
Corso di Laurea in SCIENZE BIOLOGICHE
Prova scritta¹ di Istituzioni di Matematiche

23 settembre 2008

Compito B

I Al variare di $\lambda \in \mathbb{R}$ studiare e risolvere il seguente sistema lineare.

$$\begin{cases} (\lambda - 2)x + y = \lambda \\ 3x + \lambda y = 9 \end{cases}$$

Suggerimento. I casi significativi sono tre.

II Nel piano è assegnato un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $O\vec{x}\vec{y}$.
Data la circonferenza Γ di centro $C \equiv (-1, -3)$ e raggio 2, trovare le equazioni delle rette tangenti a Γ uscenti dal punto $P \equiv (4, -1)$.

III Nello spazio è assegnato un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $O\vec{x}\vec{y}\vec{z}$.
Trovare il simmetrico del punto $P \equiv (2, 1, 1)$ rispetto al piano $\pi : x + 2y + z + 1 = 0$.

IV Determinare il campo di esistenza della seguente funzione:

$$f(x) = \log \frac{x^2 + 6}{\sqrt{(x+1)(x^2 - 5)}}.$$

V Calcolare il seguente limite di funzione:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\text{sen } x}{\sqrt{4x^2 + x}}.$$

VI Sia data la funzione reale

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - 3x^2 + 3 & \text{se } x \geq 1 \\ \log \frac{x^2 - 2x + 2}{1 - x} & \text{se } x < 1 \end{cases}$$

dire, giustificando i risultati, se è continua e se è derivabile nel suo insieme di definizione. Trovare gli intervalli in cui è crescente o decrescente. Trovare l'estremo superiore e l'estremo inferiore, e dire se sono rispettivamente massimo e minimo.

¹Durata della prova: 3 ore.

Non è consentito consultare libri o appunti. Non è consentito uscire dall'aula durante il compito. La prova si intende superata se si risolvono correttamente tre esercizi dei quali almeno un esercizio tra quelli del gruppo I-III e almeno uno tra quelli del gruppo IV-VI, avendo a disposizione tre ore.