UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
ANNO ACCADEMICO 2006-2007
Prova scritta di **Analisi Matematica II**
(per gli studenti del corso di laurea quadriennale in Matematica)
Terza sessione - II appello - 21 Settembre 2007

---

1) Non si possono consultare libri o appunti.
2) Tempo: tre ore.

I

Sia f la funzione reale definita dalla legge:

$$f(x,y) = x\, e^{|x|(x+y-1)}\,.$$

Determinare
i) gli estremi inferiore e superiore di f in $\mathbb{R}^2$;
ii) il massimo ed il minimo assoluti di f in $T = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y-1 \leq x \leq 1-y\,,\ y \geq 0\}$.

II

Studiare il carattere delle seguenti serie numeriche:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\operatorname{sen}\frac{1}{n}}\,, \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos\frac{1}{n}\,, \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \operatorname{sen}\frac{1}{n^2}\,, \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left[\arctan n - \frac{\pi}{2}\right].$$

III

Calcolare il seguente integrale doppio:

$$\iint_D \frac{1}{(x^2+y^2)\sqrt{x^2+y^2+9}}\, dxdy\,,$$

dove $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2+y^2 \leq 4\,,\ x \leq y\}$.

IV

Siano $a(x)$ ed $f(x)$ due funzioni reali continue in (a,b). Provare che se $y(x)$ è soluzione in (a,b) dell'equazione differenziale:

$$y'' + y' + a(x)y = f(x)\,,$$

allora la funzione $z(x) = e^{y(x)}$ è soluzione in (a,b) di

$$z'' + z' + a(x) z \log z = z f(x) + \frac{z'^2}{z}\,.$$