

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA  
ANNO ACCADEMICO 2006-2007

Prova scritta di **Analisi Matematica II**

(per gli studenti dei corsi di laurea in Matematica e in Matematica per le Applicazioni)  
Terza sessione - II appello - 21 Settembre 2007

---

- 1) Non si possono consultare libri o appunti.
  - 2) Tempo: tre ore.
- 

I

Calcolare il seguente integrale improprio:

$$\int_1^{+\infty} \frac{1}{(x+2)\sqrt{x^2+4x+13}} dx,$$

dopo averne provato l'esistenza.

II

Studiare il carattere delle seguenti serie numeriche:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\operatorname{sen} \frac{1}{n}}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos \frac{1}{n}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \operatorname{sen} \frac{1}{n^2}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left[ \arctan n - \frac{\pi}{2} \right].$$

III

Dire in quali punti di  $\mathbb{R}^2$  la funzione:

$$g(x, y) = |x + y - 1| x$$

ammette derivate parziali prime e seconde.

IV

Sia  $f$  la funzione reale definita dalla legge:

$$f(x, y) = x e^{|x|(x+y-1)}.$$

Determinare

- i) gli estremi inferiore e superiore di  $f$  in  $\mathbb{R}^2$ ;
- ii) il massimo ed il minimo assoluti di  $f$  in  $T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y - 1 \leq x \leq 1 - y, y \geq 0\}$ .