

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA  
Anno Accademico 2011-2012  
Prova scritta di Analisi Matematica III (6 CFU)  
(Corsi di laurea in Matematica ed in Matematica per le Applicazioni)  
Seconda sessione - II appello - 20 Luglio 2012

---

Non si possono consultare libri o appunti.  
Durata della prova: 2 ore.

---

**I**

Calcolare il seguente integrale doppio

$$\iint_T \frac{y}{x^2 + y^2} dx dy,$$

dove  $T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq y \leq 2, x^2 + y^2 \leq 4\}$ .

**II**

Data la curva piana  $\gamma$  di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x(t) = t \\ y(t) = \int_2^t \sqrt{\tau^3 - 1} d\tau \end{cases}, \quad t \in [3, 4],$$

provare che è regolare e calcolare la sua lunghezza.

**III**

Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{y^2}{x^2} \\ y(-1) = 1. \end{cases}$$