

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA  
Anno Accademico 2011-2012  
Prova scritta di Analisi Matematica II (15 CFU)  
(per gli studenti del corso di laurea in Matematica)  
Seconda sessione - II appello - 20 Luglio 2012

---

Non si possono consultare libri o appunti.

Durata della prova: 3 ore.

---

**I**

Data la funzione

$$f(x, y) = \log(2x + 2y - x^2 - y^2),$$

determinare

- i) l'insieme  $X$  di definizione di  $f$ ;
- ii) gli eventuali punti di minimo e massimo relativi di  $f$  in  $X$ ;
- iii) i punti di minimo e massimo assoluti di  $f$  in  $C_r = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x-1)^2 + (y-1)^2 \leq r^2\}$ , con  $0 < r < \sqrt{2}$ ;
- iv) gli estremi inferiore e superiore di  $f$  in  $X$ .

**II**

Studiare in  $\mathbb{R}$  ed in sottointervalli di  $\mathbb{R}$  la convergenza puntuale e la convergenza uniforme delle seguenti successioni di funzioni

$$\left\{ \frac{1}{ne^{nx^2}} \right\}, \quad \left\{ \frac{n}{e^{nx^2}} \right\}, \quad \left\{ \frac{nx}{e^{nx^2}} \right\}.$$

**III**

Calcolare il seguente integrale doppio

$$\iint_T \frac{y}{x^2 + y^2} dx dy,$$

dove  $T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq y \leq 2, x^2 + y^2 \leq 4\}$ .

**IV**

Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{y^2}{x^2} \\ y(-1) = 1. \end{cases}$$