

UNIVERSITÀ DI CATANIA
ANNO ACCADEMICO 2004-2005
Prova scritta di **Analisi Matematica II**
(per gli studenti del corso di laurea in Matematica (vecchio ordinamento))
Terza sessione - I appello - 13 Settembre 2005

- 1) Non si possono consultare libri o appunti.
 - 2) Tempo: tre ore.
-

I

Determinare gli eventuali punti di minimo e di massimo relativi della funzione:

$$f(x, y) = \int_0^x \log(t^2 + y^2 + 1) dt.$$

II

Studiare il carattere delle seguenti serie numeriche:

- i) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cos \frac{1}{n}$;
- ii) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \operatorname{sen} \frac{1}{n}$;
- iii) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n} 2^n$;
- iv) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n} \cos(n\pi)$.

III

Risolvere la seguente equazione differenziale:

$$y' - \frac{3y}{2x} = x^2 \sqrt[3]{y}.$$

IV

Siano $T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{x^2}{2} + y^2 \leq 1\}$ ed $f(x, y)$ la funzione definita in \mathbb{R}^2 dalla legge:

$$f(x, y) = \begin{cases} \left(\frac{2xy}{\sqrt{x^2+y^2}} \operatorname{sen}(xy), 1 \right) & \text{se } (x, y) \in \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\} \\ (0, 1) & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Provare che l'insieme $f(T)$ è un compatto di \mathbb{R}^2 .