

UNIVERSITÀ DI CATANIA
ANNO ACCADEMICO 2000-2001
Prova scritta di **Analisi Matematica I**
(per gli studenti del corso di laurea in Matematica)
Sessione invernale - I appello - 12 Febbraio 2002

I

Studiare la funzione:

$$f(x) = xe^{\frac{x+1}{x-1}}$$

e tracciarne il grafico.

II

Calcolare il seguente integrale indefinito:

$$\int \frac{\tan x + 1}{\tan^2 x - 4 \tan x + 3} dx.$$

III

Calcolare le radici quadrate dei tre numeri complessi:

$$11 - 2i, \quad e^{4+i\frac{\pi}{3}}, \quad (11 - 2i)e^{-4-i\frac{\pi}{3}}$$

e porle in forma algebrica.

IV

Siano $\{a_n\}$ e $\{b_n\}$ due successioni di numeri reali monotone, non decrescente la prima e non crescente la seconda. Posto:

$$A = \{a_n, n \in \mathbb{N}\}, \quad B = \{b_n, n \in \mathbb{N}\},$$

provare che, se $a_n \leq b_n$ definitivamente, allora

- i) A e B sono separati;
- ii) $\{a_n\}$ e $\{b_n\}$ sono convergenti e $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \leq \lim_{n \rightarrow \infty} b_n$;
- iii) A e B sono separati e contigui se e solo se $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} b_n$.