Anno Accademico 2007-2008

Corso di Laurea in Scienze biologiche
Prova scritta[1] di Istituzioni di Matematiche
Compito del 10 Giugno 2008

Compito A

I Studiare e risolvere il seguente sistema lineare.

$$\begin{cases} x + 2z + t = 2 \\ x + y + 2z = 3 \\ x + y = 0 \end{cases}$$

II Nel piano è assegnato un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $O\vec{x}\vec{y}$.
Date le rette $r : 2x - y - 3 = 0$ ed $s : 4x - 2y + 6 = 0$, verificare che sono parallele.
Dato $P \equiv (1, -1)$ verificare che appartiene ad r e trovare la sua proiezione sulla retta s.
Trovare la retta t equidistante da r e da s.

III Nel piano è assegnato un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $O\vec{x}\vec{y}$.
Trovare le circonferenze tangenti all'asse $\vec{x}$ nel punto $P_0 \equiv (1, 0)$ ed aventi raggio 4.
Trovare le intersezioni di tali circonferenze con l'asse $\vec{y}$.

IV Determinare il dominio della seguente funzione:

$$f(x) = \sqrt{3^{\frac{x^2+8x}{1-x}} - 3^{-x^2}}$$

V Senza utilizzare il teorema di De L'Hôpital, calcolare la derivata della funzione:

$$f(x) = \operatorname{sen}(2x - x^2)$$

nel punto $x_0 = 0$, secondo la definizione (ovvero come limite del rapporto incrementale). Calcolare, successivamente, l'equazione della retta tangente al grafico della funzione nel punto $x_0 = 0$.

VI Sia data la funzione reale:

$$f(x) = \begin{cases} e^{x(x^2-3)} & \text{se } x \leq 0 \\ \\ \dfrac{x^2 - 3x + 1}{x^2 + 1} & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

dire, giustificando i risultati, se è continua e se è derivabile nel suo insieme di definizione. Trovare gli intervalli in cui è crescente o decrescente. Trovare l'estremo superiore e l'estremo inferiore, e dire se sono rispettivamente massimo e minimo.

[1] Durata della prova: 3 ore.
Non è consentito consultare libri o appunti.
Non è consentito uscire dall'aula durante il compito.
La prova si intende superata se si risolvono correttamente tre esercizi dei quali almeno un esercizio tra quelli del gruppo I-III e almeno uno tra quelli del gruppo IV-VI, avendo a disposizione tre ore.

Anno Accademico 2007-2008

Corso di Laurea in SCIENZE BIOLOGICHE
Prova scritta[1] di Istituzioni di Matematiche
Compito del 10 Giugno 2008

Compito B

I Studiare e risolvere il seguente sistema lineare.

$$\begin{cases} x - y + z = 1 \\ 2x + z + t = 4 \\ x + z = 0 \end{cases}$$

II Nel piano è assegnato un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $O\vec{x}\vec{y}$.
Date le rette $r : x - y - 3 = 0$ ed $s : 2x - 2y + 6 = 0$, verificare che sono parallele.
Dato $P \equiv (1, -2)$ verificare che appartiene ad r e trovare la sua proiezione sulla retta s.
Trovare la retta t equidistante da r e da s.

III Nel piano è assegnato un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $O\vec{x}\vec{y}$.
Trovare le circonferenze tangenti all'asse $\vec{y}$ nel punto $P_0 \equiv (0, 2)$ ed aventi raggio 3.
Trovare le intersezioni di tali circonferenze con l'asse $\vec{x}$.

IV Determinare il dominio della seguente funzione:

$$f(x) = \sqrt{2^{\frac{x^2+4x}{2-x}} - 2^{-x^2}}$$

V Senza utilizzare il teorema di De L'Hôpital, calcolare la derivata della funzione:

$$f(x) = \operatorname{sen}(3x - x^3)$$

nel punto $x_0 = 0$, secondo la definizione (ovvero come limite del rapporto incrementale). Calcolare, successivamente, l'equazione della retta tangente al grafico della funzione nel punto $x_0 = 0$.

VI Sia data la funzione reale:

$$f(x) = \begin{cases} e^{(x-1)(x^2-2x-2)} & \text{se } x \leq 1 \\[2ex] \dfrac{x^2 - 5x + 5}{x^2 - 2x + 2} & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

dire, giustificando i risultati, se è continua e se è derivabile nel suo insieme di definizione. Trovare gli intervalli in cui è crescente o decrescente. Trovare l'estremo superiore e l'estremo inferiore, e dire se sono rispettivamente massimo e minimo.

[1] Durata della prova: 3 ore.
Non è consentito consultare libri o appunti.
Non è consentito uscire dall'aula durante il compito.
La prova si intende superata se si risolvono correttamente tre esercizi dei quali almeno un esercizio tra quelli del gruppo I-III e almeno uno tra quelli del gruppo IV-VI, avendo a disposizione tre ore.