

Anno Accademico 2007-2008
Corso di Laurea in SCIENZE BIOLOGICHE
Prova scritta¹ di Istituzioni di Matematiche

9 Settembre 2008
Compito A

I Al variare di $k \in \mathbb{R}$ studiare e risolvere il seguente sistema lineare.

$$\begin{cases} kx + y = k + 1 \\ x + ky = 2 \end{cases}$$

Suggerimento. I casi significativi sono tre.

II Nel piano è assegnato un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $O\vec{x}\vec{y}$.
Data la circonferenza Γ di centro $C \equiv (1, 2)$ e raggio 2, trovare le equazioni delle rette tangenti a Γ uscenti dall'origine.

III Nello spazio è assegnato un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $O\vec{x}\vec{y}\vec{z}$.
Data la retta r di equazioni

$$r : \begin{cases} x - 2y + z = 1 \\ z = x + 1 \end{cases}$$

ed il punto $P \equiv (2, 1, -3)$ calcolare la proiezione ortogonale di P su r .
Calcolare la distanza di P da r .

IV Determinare il campo di esistenza della seguente funzione:

$$f(x) = \log_2 \left(\log_2 \left(\frac{x^2 + 3}{x} \right) - 2 \right)$$

V Calcolare il seguente limite di funzione:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{\sin(\log(1+x))}$$

VI Sia data la funzione reale

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^3 - 3x + 2} & \text{se } -2 \leq x < 1 \\ \frac{10 - 10x}{x^2 + 2x - 1} & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$

dire, giustificando i risultati, se è continua e se è derivabile nel suo insieme di definizione. Trovare gli intervalli in cui è crescente o decrescente. Trovare l'estremo superiore e l'estremo inferiore, e dire se sono rispettivamente massimo e minimo.

¹Durata della prova: 3 ore.

Non è consentito consultare libri o appunti. Non è consentito uscire dall'aula durante il compito. La prova si intende superata se si risolvono correttamente tre esercizi dei quali almeno un esercizio tra quelli del gruppo I-III e almeno uno tra quelli del gruppo IV-VI, avendo a disposizione tre ore.

Anno Accademico 2007-2008
Corso di Laurea in SCIENZE BIOLOGICHE
Prova scritta¹ di Istituzioni di Matematiche

9 Settembre 2008

Compito B

I Al variare di $k \in \mathbb{R}$ studiare e risolvere il seguente sistema lineare.

$$\begin{cases} x + ky = 1 \\ kx + y = k \end{cases}$$

Suggerimento. I casi significativi sono tre.

II Nel piano è assegnato un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $O\vec{x}\vec{y}$.
Data la circonferenza Γ di centro $C \equiv (2, 3)$ e raggio 3, trovare le equazioni delle rette tangenti a Γ uscenti dall'origine.

III Nello spazio è assegnato un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $O\vec{x}\vec{y}\vec{z}$.
Data la retta r di equazioni

$$r : \begin{cases} x + y - z = 0 \\ z = x + 1 \end{cases}$$

ed il punto $P \equiv (1, 0, -2)$ calcolare la proiezione ortogonale di P su r .
Calcolare la distanza di P da r .

IV Determinare il campo di esistenza della seguente funzione:

$$f(x) = \log_3 \left(\log_3 \left(\frac{x^2 + 18}{x} \right) - 2 \right)$$

V Calcolare il seguente limite di funzione:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 + x^2)}{\log(1 + \sin x)}$$

VI Sia data la funzione reale

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^3 - 3x^2 + 4} & \text{se } -1 \leq x < 2 \\ \frac{20 - 10x}{x^2 - x - 1} & \text{se } x \geq 2 \end{cases}$$

dire, giustificando i risultati, se è continua e se è derivabile nel suo insieme di definizione. Trovare gli intervalli in cui è crescente o decrescente. Trovare l'estremo superiore e l'estremo inferiore, e dire se sono rispettivamente massimo e minimo.

¹Durata della prova: 3 ore.

Non è consentito consultare libri o appunti. Non è consentito uscire dall'aula durante il compito. La prova si intende superata se si risolvono correttamente tre esercizi dei quali almeno un esercizio tra quelli del gruppo I-III e almeno uno tra quelli del gruppo IV-VI, avendo a disposizione tre ore.