

UNIVERSITÀ DI CATANIA  
ANNO ACCADEMICO 2005-2006  
Prova scritta di **Analisi Matematica II**  
(per gli studenti del corso di laurea in Matematica (vecchio ordinamento))  
Prima sessione - I appello - 9 Febbraio 2006

---

- 1) Non si possono consultare libri o appunti.
  - 2) Tempo: tre ore.
- 

I

Determinare gli eventuali punti di minimo e di massimo relativi della funzione:

$$f(x, y) = (x - y)^2(x + y + 1).$$

II

Studiare in  $] - \infty, +\infty[$  la convergenza puntuale ed uniforme delle seguenti successioni di funzioni:

$$\left\{ \frac{(\arctan x)^n}{n!} \right\}, \quad \left\{ \frac{x^2 n^2 + xn + 1}{n^2 + 1} \right\}, \quad \left\{ \frac{\sin(nx) + \log e^{nx}}{n} \right\}.$$

III

Provare che

$$\iint_T (x - y)^2(x + y + 1) dx dy \leq \frac{1}{64},$$

dove  $T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -\frac{1}{2} \leq x \leq 0, x \leq y \leq 0\}$ .

IV

Siano  $S = C^0([0, 1])$ ,  $d_S(f, g) = \max_{t \in [0, 1]} |f(t) - g(t)|$  ( $f, g \in S$ ) e  $T(f)$  la funzione reale definita in  $S$  dalla legge:

$$T(f) = \int_0^1 f(t) dt, \quad f \in S.$$

Provare che  $T(f)$  è uniformemente continua in  $(S, d_S)$ .