

Anno Accademico 2007-2008
Corso di Laurea in SCIENZE BIOLOGICHE
Prova scritta¹ di Istituzioni di Matematiche

8 Luglio 2008

Compito A

I Studiare e risolvere il seguente sistema lineare.

$$\begin{cases} x + y - z + t = 0 \\ x + y - t = 1 \\ 2x - y + z + t = 2 \end{cases}$$

II Nel piano è assegnato un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $O\vec{x}\vec{y}$.
Trovare l'equazione della circonferenza γ avente diametro il segmento AB , con $A \equiv (-5, 2)$ e $B \equiv (-1, 0)$.
Trovare l'equazione della retta tangente a γ in A .

III Nel piano è assegnato un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $O\vec{x}\vec{y}$.
Verificare che le rette $r : 2x - 3y - 5 = 0$ ed $s : 4x - 6y + 10 = 0$ sono parallele.
Dato $P \equiv (1, -1)$ verificare che $P \in r$ e calcolarne la proiezione sulla retta s .
Detta Q tale proiezione trovare il punto medio del segmento PQ .
Trovare la retta t equidistante da r ed s .

IV Determinare il campo di esistenza della seguente funzione:

$$f(x) = \arccos \sqrt{1 + \frac{x^3 - 8}{x^2 + 8}}$$

V Determinare l'ascissa del punto che verifica il teorema di Lagrange relativo alla funzione

$$f(x) = \sqrt{x + 9}$$

nell'intervallo $[-5, 0]$. Calcolare poi l'equazione di una retta tangente al grafico della funzione $f(x)$ parallela alla corda passante per i punti $A = (-5, f(-5))$ e $B = (0, f(0))$. (Ricordare il significato geometrico del Teorema di Lagrange).

VI Data la funzione reale

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{-9x^2 - 48x - 60} & \text{se } -\frac{10}{3} \leq x \leq -2 \\ \log \frac{4x^2 + 19x + 12}{x^2 + 4x + 5} & \text{se } x > -2 \end{cases}$$

dire, giustificando i risultati, se è continua e se è derivabile nel suo insieme di definizione. Trovare gli intervalli in cui è crescente o decrescente. Trovare l'estremo superiore e l'estremo inferiore, e dire se sono rispettivamente massimo e minimo.

¹Durata della prova: 3 ore.

Non è consentito consultare libri o appunti.

Non è consentito uscire dall'aula durante il compito.

La prova si intende superata se si risolvono correttamente tre esercizi dei quali almeno un esercizio tra quelli del gruppo I-III e almeno uno tra quelli del gruppo IV-VI, avendo a disposizione tre ore.

Anno Accademico 2007-2008
Corso di Laurea in SCIENZE BIOLOGICHE
Prova scritta¹ di Istituzioni di Matematiche

8 Luglio 2008

Compito B

I Studiare e risolvere il seguente sistema lineare.

$$\begin{cases} x - y - z + t = 0 \\ x - y - t = 1 \\ 2x + y - z + t = 2 \end{cases}$$

II Nel piano è assegnato un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $O\vec{x}\vec{y}$.
Trovare l'equazione della circonferenza γ avente diametro il segmento AB , con $A \equiv (2, -5)$ e $B \equiv (0, -1)$.
Trovare l'equazione della retta tangente a γ in A .

III Nel piano è assegnato un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $O\vec{x}\vec{y}$.
Verificare che le rette $r : 3x + 2y - 4 = 0$ ed $s : 6x + 4y + 8 = 0$ sono parallele.
Dato $P \equiv (0, 2)$ verificare che $P \in r$ e calcolarne la proiezione sulla retta s . Detta Q tale proiezione trovare il punto medio del segmento PQ .
Trovare la retta t equidistante da r ed s .

IV Determinare il campo di esistenza della seguente funzione:

$$f(x) = \arccos \sqrt{1 + \frac{x^3 - 64}{x^2 + 64}}$$

V Determinare l'ascissa del punto che verifica il teorema di Lagrange relativo alla funzione

$$f(x) = \sqrt{x + 3}$$

nell'intervallo $[1, 6]$. Calcolare poi l'equazione di una retta tangente al grafico della funzione $f(x)$ parallela alla corda passante per i punti $A = (1, f(1))$ e $B = (6, f(6))$.
(Ricordare il significato geometrico del Teorema di Lagrange).

VI Data la funzione reale

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{-9x^2 + 24x - 12} & \text{se } \frac{2}{3} \leq x \leq 2 \\ \log \frac{4x^2 - 13x + 10}{x^2 - 4x + 5} & \text{se } x > 2 \end{cases}$$

dire, giustificando i risultati, se è continua e se è derivabile nel suo insieme di definizione. Trovare gli intervalli in cui è crescente o decrescente. Trovare l'estremo superiore e l'estremo inferiore, e dire se sono rispettivamente massimo e minimo.

¹Durata della prova: 3 ore.

Non è consentito consultare libri o appunti.

Non è consentito uscire dall'aula durante il compito.

La prova si intende superata se si risolvono correttamente tre esercizi dei quali almeno un esercizio tra quelli del gruppo I-III e almeno uno tra quelli del gruppo IV-VI, avendo a disposizione tre ore.