UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
ANNO ACCADEMICO 2007-2008
Prova scritta di **Analisi Matematica II**
(per gli studenti dei corsi di laurea in Matematica e in Matematica per le Applicazioni)
Prima sessione - I appello - 7 Febbraio 2008

---

1) Non si possono consultare libri o appunti.
2) Tempo: tre ore.

I

Dopo averne provata l'esistenza, calcolare il seguente integrale generalizzato:

$$\int_{-\pi}^{0} \frac{x+2}{\sqrt{x+\pi}}\ \mathrm{sen}(\sqrt{x+\pi}+\tfrac{\pi}{2})\,dx\,.$$

II

Sia $\{a_n\}$ una successione di numeri reali positivi. Provare che le due serie numeriche:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} a_n\ ,\quad \sum_{n=1}^{+\infty}\left(e^{a_n}-1\right)$$

hanno lo stesso carattere.
Studiare il carattere delle due seguenti serie numeriche:

$$\sum_{n=1}^{+\infty}\left(1-\cos\frac{1}{\sqrt[4]{n+1}}\right)\ ,\quad \sum_{n=1}^{+\infty}\left(e^{1-\cos\frac{1}{\sqrt[4]{n+1}}}-1\right).$$

III

Studiare la continuità e la derivabilità in $\mathbb{R}^2$ della seguente funzione:

$$f(x,y)=\begin{cases}\frac{xy-\mathrm{sen}\,xy}{xy} & \text{se } xy\neq 0\\ 0 & \text{se } xy=0\,.\end{cases}$$

IV

Dopo aver determinato l'insieme A di esistenza della funzione reale:

$$g(x,y)=\log\left[|x+3|(y^3+2y^2)\right],$$

trovare
 i) in A gli eventuali punti di minimo e di massimo relativi per g;
 ii) il minimo ed il massimo assoluto della restrizione di g a $T=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : 0\le x\le 1\,,\ 1\le y\le 2\}$.