

UNIVERSITÀ DI CATANIA
ANNO ACCADEMICO 2002-2003
Prova scritta di **Analisi Matematica II**
(per gli studenti del corso di laurea in Matematica (vecchio ordinamento))
Terza sessione - I appello - 5 Settembre 2003

I

Trovare i punti di massimo e di minimo assoluti della restrizione della funzione

$$f(x, y) = \arctan \frac{x + y}{1 - xy}$$

all'insieme $T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -x \leq y \leq 1 - x, 0 \leq y \leq 1\}$.

II

Studiare le seguenti serie di funzioni:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!} x^n, \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{e^{-\sqrt{nx^2}}}{n^3}.$$

III

Risolvere le seguenti equazioni differenziali lineari:

$$y'' - 4y' + 3y = 9x^2 - 2, \quad y''' - 4y'' + 3y' = 9x^2 - 2.$$

IV

Sia $f(x, y)$ una funzione reale definita e continua nel cerchio chiuso $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$. Provare che se f ha derivata parziale prima rispetto a x identicamente nulla in $\overset{\circ}{C}$, allora f non dipende da x .

Il risultato è ancora valido se a C si sostituisce la corona circolare $C' = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{1}{4} \leq x^2 + y^2 \leq 1\}$?