UNIVERSITÀ DI CATANIA
ANNO ACCADEMICO 2000-2001
Prova scritta di **Analisi Matematica I**
(per gli studenti del corso di laurea in Matematica)
Sessione autunnale - II appello - 3 Ottobre 2001

I

Studiare la funzione:

$$f(x) = \arctan \frac{|x+2|}{x-3}$$

e tracciarne il grafico.

II

Determinare l'estremo inferiore e l'estremo superiore dei seguenti insiemi di numeri reali:

$$A = \{\operatorname{sen}(\tfrac{\pi}{2} e^{1-\frac{1}{x}})\,,\ x \in]0,1]\}\,,\ B = \{-\arctan \tfrac{1}{|n^2-3|}\,,\ n \in \mathbb{N}\}\,,$$

$$C = \Big\{(n^2+1)\log_{\frac{1}{2}}\Big(1+\frac{1}{n^2+1}\Big)\,,\ n \in \mathbb{N}\Big\}\,.$$

Precisare per ogni insieme se l'estremo inferiore è minimo e se l'estremo superiore è massimo.

III

Sia $g(x)$ la funzione reale definita in $[-3,3]$ dalla legge:

$$g(x) = \begin{cases} 2x - x^2 & \text{se } x \in [0,3] \\ \arctan x & \text{se } x \in [-3,0[\,. \end{cases}$$

i) Studiare in $[-3,3]$ la continuità e la derivabilità di $g(x)$.
ii) Determinare i punti di minimo e di massimo assoluti per $g(x)$.

IV

Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ derivabile in $x_0 \in \mathbb{R}$. Dimostrare che
j) se $f(x_0) \neq 0$, $g = |f|$ è derivabile in x_0;
jj) se $f(x_0) = 0$, $g = |f|$ è derivabile in x_0 se e solo se $f'(x_0) = 0$.