

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA  
Anno Accademico 2009-2010  
Prova scritta di Analisi Matematica III (6 CFU)  
(per gli studenti dei corsi di laurea  
in Matematica ed in Matematica per le Applicazioni)  
1 Ottobre 2010

---

Non si possono utilizzare libri o appunti.  
Durata della prova: 2 ore.

---

**I**

Dire se la forma differenziale

$$\omega \equiv \frac{1}{x+y} dx - \frac{x}{(x+y)y} dy$$

è esatta in  $\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \neq 0, x + y \neq 0\}$ .

Calcolare l'integrale di  $\omega$  lungo la curva  $\gamma$  di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x = t \\ y = t^2 + 1 \end{cases} \quad t \in [0, 1],$$

percorsa nel verso che va da  $A = (0, 1)$  a  $B = (1, 2)$ .

**II**

Calcolare il seguente integrale doppio

$$\iint_T y \sqrt{x^2 + y} \, dx dy$$

dove  $T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \in [-1, 1], -x^2 \leq y \leq x^2\}$ .

**III**

Risolvere le seguenti equazioni differenziali

$$y'' - y' + y = e^x \sin x,$$

$$y'' - y' + y = e^x(3 \cos x + \sin x).$$